

Seminarios del Grupo de Geometría Diferencial (FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba)

Si no se indica el lugar de proveniencia del expositor, se trata de un miembro del grupo. Algunos de los seminarios se han extendido durante varias sesiones.

Año 2003

- Frank Morgan (Williams College, Massachusetts, Estados Unidos). *Pompas de jabón y Matemática*.

En castellano, dirigida al público en general, incluyendo niños mayores de diez años.

Resumen: Recientemente, las pompas de jabón han aparecido de manera frecuente en Matemática. La exposición concluirá con un pequeño concurso, en que todos tratan de adivinar lo que las pompas de jabón van a hacer. Habrá exhibiciones, explicaciones, y premios. No es necesario tener ningún conocimiento previo.

- Frank Morgan (Williams College, Massachusetts, Estados Unidos). *El Teorema de la Pompa Doble*.

En castellano, destinada a docentes y estudiantes de todos los niveles.

Resumen: Una pompa de jabón redonda tiene área mínima para un volumen dado. El nuevo teorema de la pompa doble dice que la pompa doble, que se forma cuando dos pompas se encuentran, tiene área mínima para los dos volúmenes dados. Se hablará sobre la historia, la demostración, trabajo por estudiantes, y problemas abiertos. Habrá exhibiciones. No es necesario tener ningún conocimiento previo.

- Aroldo Kaplan. *Conjetura de Poincaré y flujos de Ricci: Introducción a los trabajos de Perelman*.

- Marcos Salvai. *El mejor camino entre dos circunferencias en el plano*.

Resumen: La métrica riemanniana débil canónica del espacio $E(M, N)$ de todos los embeddings de una variedad compacta orientada M en una variedad riemanniana N . El caso particular $M = S^1$, $N = \mathbb{R}^2$. La métrica inducida en el conjunto de circunferencias de rapidez constante y sus geodésicas.

- Adrián Andrada. *Estructuras producto complejas y métricas hiper-simplécticas asociadas.*
- Jorge Lauret. *Estructuras geométricas invariantes en nilvariedades: Sobre su clasificación y una métrica compatible distinguida.*

Resumen: Let (N, S) be a nilpotent Lie group endowed with an invariant geometric structure S (cf. symplectic, complex, hypercomplex). We define a left invariant Riemannian metric on N compatible with S to be minimal, if it minimizes the norm of the invariant part of the Ricci tensor along all compatible metrics with the same scalar curvature. We prove that minimal metrics (if any) are unique up to isometry and scaling, develop soliton solutions for the invariant Ricci flow and are characterized as the critical points of a natural curvature functional. The uniqueness allows us to distinguish two geometric structures with Riemannian data, giving rise to a great deal of invariants.

Our approach proposes to vary Lie brackets rather than inner products; our tool is the moment map for the action of $GL(n)$ on the algebraic variety of all nilpotent Lie algebras of dimension n , which is proved to coincide in this setting with the Ricci operator. This gives us the possibility to use strong results from geometric invariant theory. We describe the moduli space of all isomorphism classes of geometric structures on nilpotent Lie groups of a given class and dimension admitting a minimal compatible metric, as the disjoint union of semi-algebraic varieties which are homeomorphic to categorical quotients of suitable linear actions of reductive Lie groups. Such special geometric structures can therefore be distinguished by using invariant polynomials.

- Juan Pablo Rossetti. *Hay un único par de platycosms isospectrales.*

Resumen: Motivados por la fascinante relación entre el espectro del Laplaciano y el espectro de longitudes de geodésicas cerradas de variedades hiperbólicas compactas, encontramos un ejemplo de platycosms isospectrales ('platycosm' significa mundo plano, i.e. sin curvatura). Veremos también que en superficies hiperbólicas, el espectro del Laplaciano determina totalmente el espectro de longitudes. Finalmente, daremos una idea de por qué el ejemplo mencionado es único entre platycosms.

- Aroldo Kaplan. *Variedades de dimensión cuatro y geometría simpléctica.*

Resumen: Las variedades de dimensión cuatro no son clasificables, por motivos lógicos. Pero Donaldson y Taubes descubrieron una estructura (“nearly symplectic Lefschetz pencil”) que permite describirlas con métodos de geometría algebraica. El “nearly” involucra una generalización de la noción de estructura simpléctica que es elemental y prometedora.

- Laura Barberis. *Métricas hiperkahlerianas completas obtenidas a partir de acciones tri-hamiltonianas.*

Resumen: Dada una acción tri-hamiltoniana de un grupo de Lie en una variedad hiperkahleriana, bajo ciertas hipótesis topológicas el espacio de órbitas hereda una métrica hiperkahleriana. Esta técnica fue introducida por N. Hitchin, entre otros, en 1987, generalizando la construcción cociente de Marsden y Weinstein (1974) para obtener nuevas variedades simplécticas. Se comenzará con aspectos generales de la teoría y luego se discutirán algunos ejemplos en que la variedad es un grupo de Lie.

Año 2004

- Susana Fornari (Universidad Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil). *Campos de Killing, curvatura media y aplicación de Gauss generalizada.*
- Carlos Olmos. *El Teorema de Holonomía de Berger y el Teorema de Holonomía de Simons.*
- Luiz San Martin (UNICAMP, Campinas, Brasil). *Estructuras pseudo-Hermitianas en variedades de banderas.*
- Juan Pablo Rossetti. *Geometría de los lattices.*

Resumen: Los lattices (o retículos) en el espacio euclídeo son objeto de estudio desde diversas áreas de la matemática, incluida, por supuesto, la geometría. Veremos algunas definiciones básicas, mencionaremos problemas importantes sobre lattices, y luego estudiaremos las llamadas ‘conormas’ de un lattice, introducidas por J. H. Conway con el objeto de tener una buena descripción de un lattice en términos de parámetros

que varían en forma continua. Esto se relacionará con la isospectralidad de toros y variedades compactas planas, en especial en dimensión 3 (platycosms), lo cual será el tema de la próxima charla.

- Juan Pablo Rossetti. *Lattices y la isospectralidad de platycosms.*

Resumen: Continuaremos con la descripción de lattices en dimensión 3 en términos de conormas y presentaremos los 10 tipos de platycosms (variedades compactas planas de dimensión 3). Usaremos esto en la demostración del siguiente teorema de isospectralidad: “Hay un único (salvo escala) par de platycosms isospectrales”.

- Jorge Lauret. *Sistemas dinámicos en nilvariedades y formas racionales de álgebras de Lie nilpotentes.*

- Jorge Solomin (Universidad de La Plata). *El principio de D’Alambert para sistemas no holónomos.*

Resumen: Se analizará, en términos geométricos, el principio de trabajos virtuales para sistemas mecánicos no holónomos, en particular para sistemas con vínculos no lineales en las velocidades.

- Massimo Ferrarotti (Politecnico di Torino, Italia). *Tangent cones and approximation of semialgebraic sets.*

Resumen: It is well known that, in the real case, the tangent cone of a real algebraic subset in \mathbb{R}^n (at a given point) is a semialgebraic set but not, in general, an algebraic one. We proved that any closed semialgebraic cone in \mathbb{R}^n with positive codimension is the tangent cone of a real algebraic subset of \mathbb{R}^n .

In a following work we introduced local equivalence of two sets at a point: Two sets are equivalent of order s at a common point p if the Hausdorff distance of their sections with spheres of center p and radius r is $o(rs)$ for $s > 0$. In this context we showed the following results (all the considered sets are in \mathbb{R}^n):

1) Any semialgebraic set is equivalent of order 1 to its tangent semicone at a given point.

2) For any $s = 1$, any semialgebraic set of positive codimension is equivalent of order s at a given point to an algebraic set.

Joint work with E. Fortuna (Università di Pisa) and L. C. Wilson (University of Hawaii).

- Luis Foá Torres. *De la Mecánica Cuántica a la Mecánica Clásica Una caminata entre los reinos clásico y cuántico de la mano de seis sabios de Indostán.*

Resumen: A poco más de un siglo del nacimiento de la Mecánica Cuántica a partir de lo que Max Planck describió después como un “acto de desesperación”, esta teoría se ha constituido en una de las más sólidas y poderosas herramientas para la predicción de las propiedades de la materia. Al tiempo de proveer una explicación para una vasta cantidad de datos experimentales, ésta ha impactado de manera importante en nuestras vidas cotidianas mediante artefactos como los derivados, por ejemplo, de la electrónica, un hijo de la mecánica cuántica.

Sin embargo, un misterio permanece: el punto es cómo a partir de la descripción que la Mecánica Cuántica brinda del mundo microscópico se llega a nuestro mundo macroscópico, descrito por la Mecánica Clásica. Ésta es una de las preguntas más sutiles de la física del último siglo, latente desde que se establecieron las bases de la mecánica ondulatoria en 1926 y ha originado numerosos debates sobre sus consecuencias en temas que van desde la computación cuántica hasta el “origen de la conciencia”, universos paralelos y la naturaleza de la realidad física. En este seminario-coloquio se dará una breve introducción a algunos de los aspectos de este problema.

La exposición tendrá una duración aproximada de 50 minutos y estará destinada a un público general. El seminario contendrá material introductorio a las Mecánicas Cuántica y Clásica (en su versión cartoon).

- Christian Boltner (Universidad de Augsburg, Alemania). *Una introducción a los espacios de Alexandrov.*
- Victor Bovdi (Universidad de Debrecen, Hungría). *Generalized crystallographic groups.*

Resumen: Let K be a principal ideal domain, G a finite group, and M a KG -module which as K -module is free of finite rank, and on which G acts faithfully. A generalized crystallographic group (introduced by Gudivok, Rudko and the speaker) is a group C which has a normal

subgroup isomorphic to M with quotient G , such that conjugation in C gives the same action of G on M that we started with (when $K = Z$, these are just the classical crystallographic groups). We discuss the properties of torsion free generalized crystallographic groups whose holonomy groups are indecomposable.

- Jorge Lauret. *Grupos cristalográficos y la conjetura de Auslander*.

Año 2005

- Gudlaugur Thorbergsson (Universidad de Colonia, Alemania). *Variationally complete actions on spaces of nonnegative curvature*.
- Meera G. Mainkar. Anosov automorphisms on *compact nilmanifolds associated with graphs*.

Resumen: We associate with each graph (S, E) a 2-step simply connected nilpotent Lie group N and a lattice Γ in N . We determine the group of Lie automorphisms of N and apply the result to describe a necessary and sufficient condition, in terms of the graph, for a compact nilmanifold N/Γ to admit an Anosov automorphism.

- Jorge Lauret. *Solvariedades Einstein asociadas a grafos*.

Resumen: Sea $n(V, E)$ el álgebra de Lie 2-pasos nilpotente asociada al grafo (V, E) , como en la charla de M. Mainkar. Estamos estudiando bajo que condiciones $n(V, E)$ es el nilradical de una solvariedad Einstein, y se hemos encontrado varios ejemplos. Además, ciertos grafos muy especiales dan los primeros ejemplos de un álgebra de Lie graduada que no se extiende a una solvariedad Einstein. Para probar esto se usan resultados muy fuertes de la teoría de “moment maps”.

- Laura Barberis. *Cocientes hiperkahlerianos de grupos solubles*.
- Javier Fernández (Instituto Balseiro, Bariloche). *Panorama de la Simetría Espejo en Matemática*. Seminario conjunto con el Grupo de Teoría de Lie.

- Gary Gibbons (Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Reino Unido). *Black Holes and Infinitely many explicit Einstein metrics on $S^2 \times S^{2n+1}$* . Seminario conjunto con el Grupo de Relatividad y Gravitación.

- Marcos Salvai. *Algunas caracterizaciones geométricas de la fibración de Hopf en la esfera de dimensión tres*.

- Peter Nagy (Universidad de Debrecen, Hungría). *Loop multiplications on the real line*.

Resumen: We investigate differentiable loop multiplications, which are non-associative generalizations of group multiplications, on the real line. We assume that the group topologically generated by the left translations of the loop is locally compact. Then this group must be the universal covering of $PSL(2, R)$ according to a theorem of Brouwer. We give a normal form of such multiplications and we classify these multiplications.

- Laura Barberis. *Relaciones entre estructuras complejas y biálgebras de Lie*.

Resumen: Dada una estructura compleja en un álgebra de Lie se construye una nueva álgebra de Lie, que bajo ciertas condiciones permite obtener una estructura de biálgebra de Lie. Se presentarán ejemplos y aplicaciones de esta construcción.

- Gabriela Ovando. *El oscilador armónico y el álgebra de Heisenberg*.

Resumen: En mecánica cuántica una aproximación al oscilador armónico es dada por el álgebra de Heisenberg. Usando teoría de Lie, daremos una aproximación al oscilador armónico clásico también por el álgebra de Heisenberg. De manera similar se puede construir un modelo para el péndulo invertido.

- Eduardo Cattani (U. Massachusetts, Amherst), *Soluciones de sistemas binomiales*. Seminario conjunto con el Grupo de Teoría de Lie.

Resumen: Motivados por problemas de eliminación tórica y el estudio de sistemas de ecuaciones hipergeométricas de Horn, nos interesa saber si un sistema de n ecuaciones binomiales en n incógnitas tiene un número finito de soluciones y, en ese caso, contar el número de

soluciones. Aunque este problema es resoluble con métodos de álgebra computacional, tales como bases de Grobner, nos interesa trabajar directamente con la información de los exponentes y coeficientes del sistema. Usando métodos de álgebra conmutativa nos reducimos a un problema combinatorio sobre un grafo naturalmente asociado al sistema de ecuaciones. Demostramos que si bien se puede decidir si el número de soluciones es finito en tiempo polinomial, el problema de contar el número de soluciones es “#P-hard”, es decir es al menos tan difícil como contar el número de soluciones de un problema NP. Este es un trabajo conjunto con Alicia Dickenstein (UBA).

- Ezequiel Maderna (Instituto de Matemática y Estadística Prof. Ing. Rafael Laguardia, IMERL - Facultad de Ingeniería - Universidad de la República, Uruguay). *Introducción a la teoría KAM débil*.

Resumen: Lagrangianos de Tonelli, dualidad convexa. Ecuaciones de Euler-Lagrange. Subvariedades lagrangianas. Toros invariantes y ecuación de Hamilton-Jacobi. Teorema de Tonelli, semigrupo de Lax-Oleinik, soluciones débiles. Medidas minimizantes, valores críticos y conjunto de Mather. Propiedades genéricas.

Año 2006

- Adrián Andrada, *Métricas pseudo-riemannianas bi-invariantes en grupos de Lie y estructuras complejas antisimétricas*.

Resumen: en esta charla se repasarán las propiedades básicas de las métricas bi-invariantes en grupos de Lie, y se revisarán diversos métodos para construir ejemplos de tales métricas. Se considerará luego la existencia de una estructura compleja integrable que sea antisimétrica con respecto a la métrica, y se mostrará que en este caso el grupo de Lie admite también una estructura de Lie-Poisson. Se mostrará además la clasificación de los grupos de Lie de dimensiones bajas que admiten tales estructuras, estudiando algunos ejemplos en más profundidad. (Resultados obtenidos en un trabajo conjunto con Laura Barberis y Gabriela Ovando).

- Wolfgang Ziller (University of Pennsylvania). *Cohomogeneity one manifolds*. Seminario en conjunto con el Coloquio del CIEM.

Resumen: Homogeneous spaces is a well known class of manifolds that produces many beautiful examples and has been studied extensively in various contexts. In this talk we will survey a quite different class of manifolds, so called cohomogeneity one manifolds, where a Lie group acts with one dimensional quotient. As an application we will describe its impact on the study of manifolds with nonnegative sectional curvature.

- Wolfgang Ziller (University of Pennsylvania). *Homogeneous Einstein manifolds*.
- Antonio J. Di Scala (Politécnico de Turín, Italia). *Diastasis y Teorema de Rigidez de Calabi*.