

Valuación de opciones exóticas

Patricia Kisbye

Profesorado en Matemática
Facultad de Matemática, Astronomía y Física

2010

Tipos de opciones

Opciones vainilla

Se dice de las opciones más comunes en el mercado.

- Opciones europeas: se ejercen al momento de madurez de la opción.
- Opciones americanas: pueden ejercerse en cualquier momento previo hasta la madurez.

Opciones exóticas: El payoff depende de la trayectoria de valores del activo subyacente.

- Asiáticas: su payoff depende de un promedio de valores del activo.
- Barrera: pierden valor si el activo supera o baja de determinado valor.
- Lookback: su payoff depende del máximo o mínimo valor que haya tomado el subyacente.
- Otras: peroni, Himalaya, binarias, etc.

Opción barrera

Barrera: B

- La opción **se activa** si el activo cruza el valor B .
 - Opción **In**.
- la opción se anula (**knockout**) si el activo cruza el valor B .
 - Opción **Out**.

Existen ocho tipos de combinaciones, utilizando call o put:

- Up-and-out: $S_0 < B$, y la opción pierde valor si supera la barrera.
- Down-and-out: $S_0 > B$, y la opción pierde valor si baja de la barrera.
- Up-and-in: $S_0 < B$, y el activo debe superar B para activar la opción.
- Down-and-in: $S_0 > B$ y el activo debe bajar de B para activar la opción.

Ejemplo: down-and-out

Ejemplo

Consideremos una opción call, con vencimiento en dos períodos, y barrera $B = \$95$.

$$S_0 = 100, \quad u = 1,1, \quad d = 0,9, \quad 1 + i = 1,05.$$

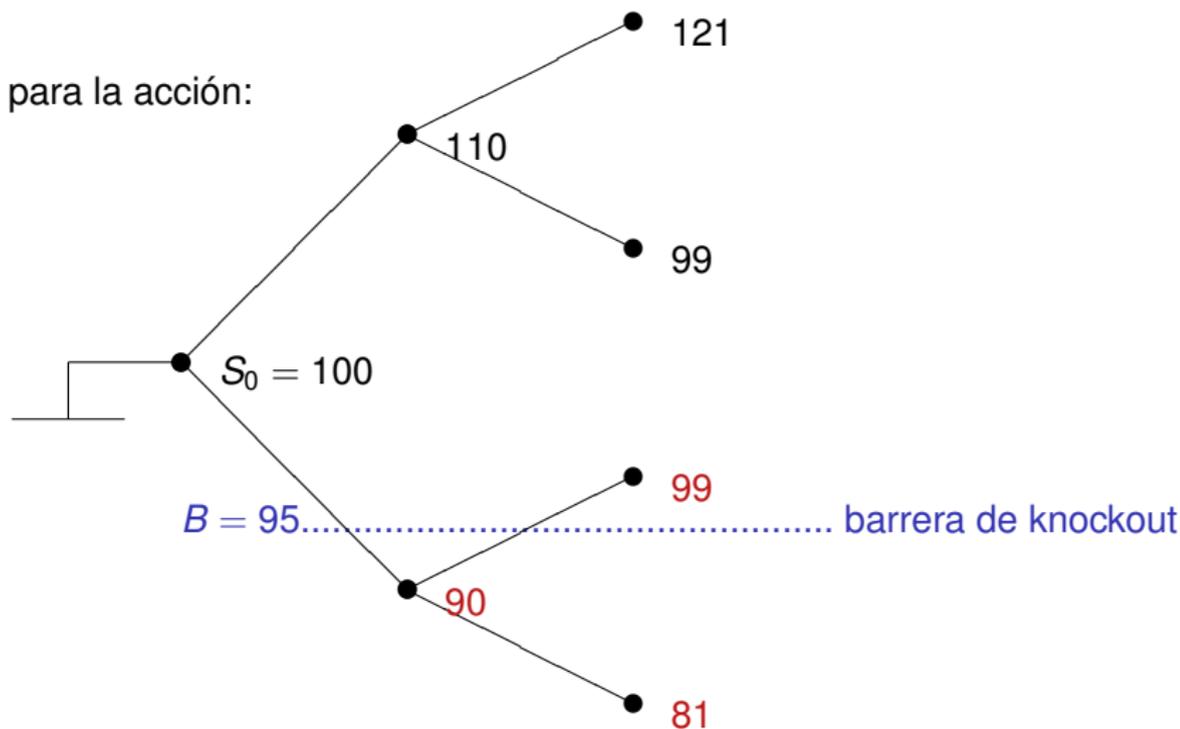
La opción pierde valor (knockout) si $S(t) < 95$.

Importante: El valor de la opción depende de la **trayectoria** que siga el precio del activo. .

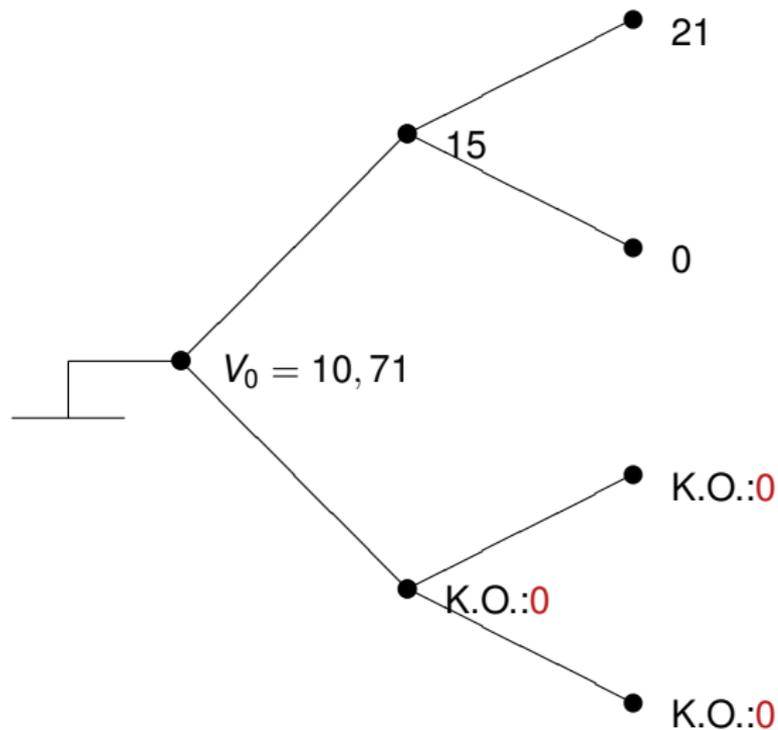
En un árbol binomial de n pasos, hay 2^n trayectorias posibles. Es conveniente distinguirlas.

Ejemplo: opción barrera down-and-out

Árbol para la acción:



Valuación de la opción barrera down-and-out



Relaciones de paridad

Notación:

c : call p : put

i : in o : out

u : up d : down

$$C = C_{uo} + C_{ui}$$

$$C = C_{do} + C_{di}$$

$$P = P_{uo} + P_{ui}$$

$$P = P_{do} + P_{di}$$

Opción lookback

Las opciones **lookback** tienen un payoff cuyo payoff depende del máximo o mínimo valor del activo. Su valor es **dependiente** de la trayectoria.

- con strike **flotante**: $K_{max} = \text{máximo}$ o ($K_{min} = \text{mínimo}$) valor de $S(t)$, $0 \leq t \leq T$.

$$\text{Payoff} = \begin{cases} (S(T) - K_{min})^+ & \text{(opción call)} \\ (K_{max} - S(T))^+ & \text{(opción put)} \end{cases}$$

- con strike **fijo**: $S(t_{max}) = \text{máximo}$ o ($S(t_{min}) = \text{mínimo}$) valor de $S(t)$, $0 \leq t \leq T$.

$$\text{Payoff} = \begin{cases} (S(t_{max}) - K)^+ & \text{(opción call)} \\ (K - S(t_{min}))^+ & \text{(opción put)} \end{cases}$$

Opción lookback con strike flotante

Ejemplo

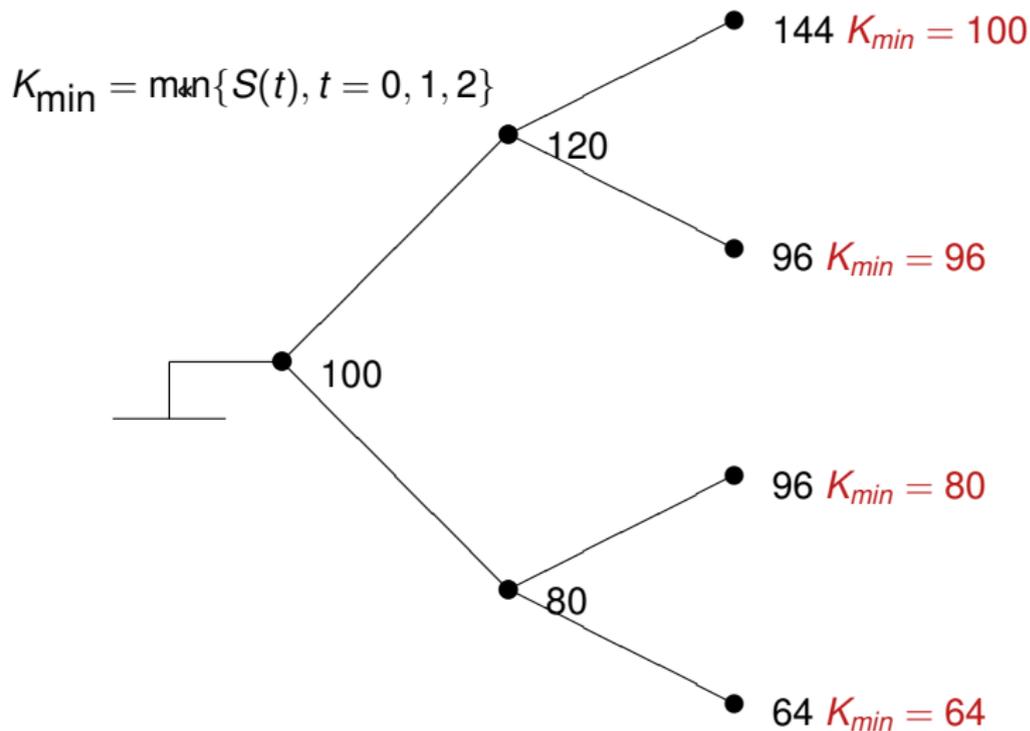
Consideremos una opción **call** lookback con strike flotante, sobre una acción con

$$S_0 = 100, \quad u = 1,2, \quad d = 0,8, \quad 1 + i = 1,05$$

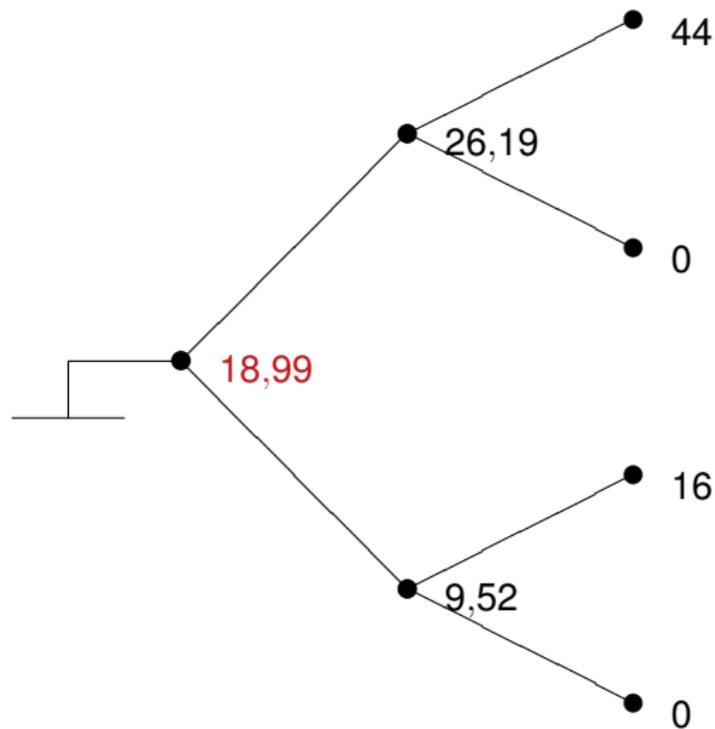
$$p = \frac{1 + i - d}{u - d} = 0,625,$$

y un modelo de dos períodos.

Valuación de la opción lookback



Valuación de la opción lookback



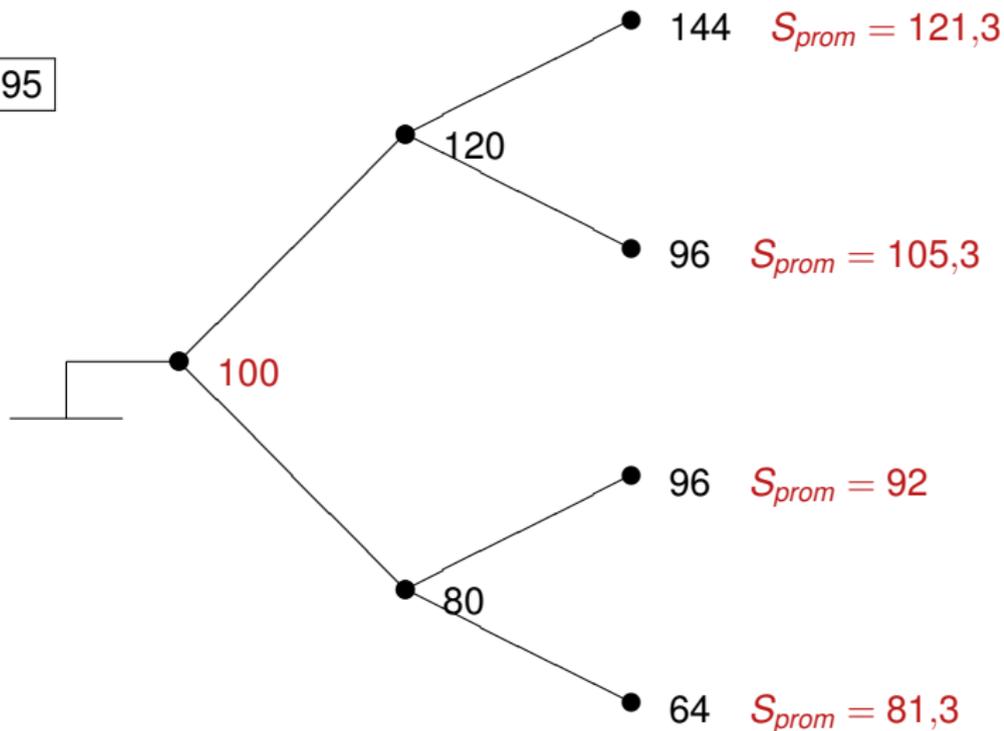
Valuación de una opción asiática

$$S_{prom} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n S(k), \quad T = n$$

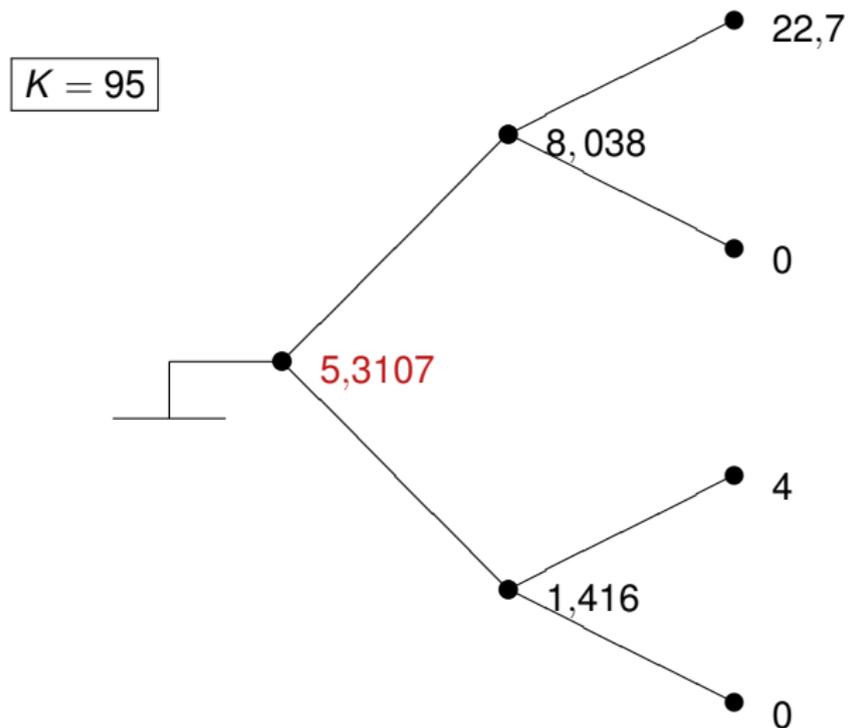
- Con strike fijo K :
 - Call: Payoff = $(S_{prom} - K)^+$
 - Put: Payoff = $(K - S_{prom})^+$
- Con strike promedio:
 - Call: Payoff = $(S(T) - S_{prom})^+$
 - Put: Payoff = $(S_{prom} - S(T))^+$

Opción call asiática, con strike fijo

$K = 95$



Valuación de la opción call asiática, con strike fijo



Valuación de opciones exóticas

Para una opción exótica de tipo **barrera**, **lookback** o **asiática**, el payoff depende de la trayectoria de precios del activo.

Para un modelo binomial de n períodos, hay 2^n payoffs posibles.

El precio inicial de la opción se obtiene como:

$$V_0 = \frac{1}{(1+i)^n} E[V_n].$$