

## Matemática Financiera

### Guía N°3: Capitalización Continua y Operaciones de Descuento

**Problema 1:** Obtener el capital acumulado  $C(t)$  para  $t > t_0$ , a partir de una inversión inicial  $C_0 = C(t = t_0)$ , si la tasa de interés nominal instantánea es constante, es decir,  $r(t) = r$ ;

a) utilizando la solución general de la ecuación correspondiente a una tasa nominal instantánea variable en el tiempo,

$$\frac{dC(t)}{dt} = C(t)r(t).$$

b) utilizando la expresión correspondiente a la capitalización compuesta que resulta de dividir el lapso de tiempo  $(t - t_0)$  en  $m$  partes y tomar el límite  $m \rightarrow \infty$ .

**Problema 2:** Obtener una expresión para la tasa de interés efectiva aplicable sobre un período de tiempo unitario (usualmente el año), bajo el régimen de capitalización continua,

a) asumiendo con total generalidad una tasa nominal instantánea  $r(t)$ ,

b) asumiendo que la tasa nominal instantánea es constante en el tiempo,  $r(t) = r$ .

**Problema 3:** Obtener, bajo la hipótesis de capitalización continua, con tasa nominal instantánea constante en el tiempo ( $r(t) = r$ ), la expresión para la tasa de interés efectiva ( $i^{(m)}(t_0)$ ) correspondiente a los subperíodos que resultan de dividir la unidad de tiempo (año) en  $m$  partes.

**Problema 4:** Suponer que la tasa de interés nominal instantánea viene dada por la expresión

$$r(t) = 0,05 + 0,01t, \quad (0 \leq t \leq 2).$$

a) Obtener la tasa de interés efectiva anual correspondiente al período  $[0, 1]$  y la tasa de interés semestral equivalente.

b) Obtener las tasas de interés efectivas correspondientes a los períodos  $[0, 1/2]$  y  $[1/2, 1]$  y las tasas de interés anuales equivalentes.

**Problema 5:** Se define *función o factor de acumulación*, bajo el régimen de capitalización continua, correspondiente al plazo que se extiende entre  $t_0$  y  $t$ , al cociente  $A(t_0, t) = C(t)/C_0$ .

Obtener  $A(t_0, t)$  en los siguientes casos:

a)  $r(t) = r$ .

b)  $r(t) = 0,05 + 0,01(t - t_0)$ .

c)  $r(t) = \frac{k}{1 + k(t - t_0)}$ , con  $k > 0$ .

**Problema 6:** Se define *función o factor de descuento*, bajo el régimen de capitalización continua, correspondiente al plazo que se extiende entre  $t_0$  y  $t$ , a la inversa del factor de acumulación  $v(t_0, t) = 1/A(t_0, t)$ .

Si la función descuento es

$$v(0, t) = \frac{a}{a + t}, \quad a > 0,$$

calcular

a) El valor del parámetro  $a$ , si la tasa de interés efectiva anual es  $i(0) = 10\%$ . ¿Cuál es la tasa de interés efectiva semestral  $i^{(2)}(0)$  y la tasa de interés anual equivalente?

b) La tasa de interés nominal instantánea.

**Problema 7:** Se define la *tasa de descuento efectiva*,  $d(t)$ , correspondiente al intervalo unitario  $[t, t + 1]$  a partir de la relación

$$1 - d(t) = \frac{1}{1 + i(t)} = v(t, t + 1),$$

donde  $i(t)$  es el interés efectivo del período unitario.

Obtener la tasa de descuento efectiva  $d(t)$  si

a)  $r(t) = r$  (régimen de capitalización compuesta).

b)  $r(t) = \frac{k}{1 + k(t - t_0)}$ , con  $k > 0$  (régimen de capitalización simple).

c)  $v(t_0, t) = 1 - k(t - t_0)$ , con  $k > 0$  (régimen de descuento simple comercial).

**P. Pury – Fa.M.A.F ©2010**