

## Matemática Financiera

Guía N°4: Rentas: Constantes, Progresiones Geométricas y Aritméticas.

Rentas Perpetuas.

**Problema 1:** Un particular decide realizar depósitos mensuales de \$100, en una entidad financiera, el primer día de cada mes, desde enero de 2000 hasta diciembre de 2014. Si la tasa de interés efectiva anual es del 3%, determinar el capital acumulado al 1 de enero de 2015. Recordar que la disponibilidad del capital, opera un mes después del último depósito (cuotas anticipadas o prepagas).

**Problema 2:** Un particular toma un préstamo de \$5000 bajo las siguientes condiciones de pago: 15 pagos mensuales de \$500; siendo el primer pago al cabo de cinco meses de recibido el dinero. Calcular el interés efectivo anual al que se pactó la operación. Determinar si debe trabajarse con cuotas anticipadas o vencidas. Graficar la situación.

**Problema 3:** En la devolución de un depósito de \$1000 una entidad financiera ofrece al cliente las siguientes alternativas:

- a) Un único pago al cabo de tres años de \$1330.
- b) Un único pago al cabo de cinco años de \$1550.
- c) Cuatro pagos anuales, cada uno de ellos de \$425, siendo el primero de ellos al cabo de cinco años de constituido el depósito.

Graficar las distintas alternativas y obtener la tasa efectiva de interés anual constante al que se pactan cada una de estas operaciones alternativas.

**Problema 4:** El 1 de enero de 2000 un individuo decide cambiar su derecho de percibir un pago semestral de \$500 a percibir cada 1 de junio y cada 1 de diciembre durante los próximos cinco años, por el monto del capital equivalente a la fecha. Si la tasa de interés efectiva anual fué el 3% durante los años 2000 y 2001 y el 4% a partir del año 2002, determinar el monto del capital recibido. Graficar la situación.

**Problema 5:** Suponer que un individuo decide el 1 de enero de 2000 depositar cada 15 de diciembre un monto de capital igual al 10% de su salario bruto anual en una cuenta bancaria que remunera los depósitos con una tasa de interés efectiva anual de 3,5%.

a) Si dicho individuo obtiene su salario bruto anual de \$30000 el primer año, y estima que se incrementará un 2% anualmente, determinar el monto acumulado en la cuenta al 1 de enero de 2010.

b) Suponer ahora que el individuo decide sustituir los depósitos pensados para el 15 de diciembre de cada año, por doce pagos los días 15 de cada mes. ¿Cuál será en este caso el capital acumulado el 1 de enero de 2010?

Graficar ambas situaciones.

**Problema 6:** Un individuo tiene el derecho de percibir una renta anual durante los próximos 20 años cada 1 de enero. El primer pago al 1 de enero de 2001 es de \$4000 y las siguientes cuotas van disminuyendo en \$150 por año.

a) Graficar el esquema de la renta.

b) Calcular el valor total de la renta al 1 de julio de 2000 si la tasa de interés efectiva anual se considera constante igual a 5%.

**Problema 7:** Un particular deposita en una cuenta corriente todos los 1 de enero y 1 de julio según el siguiente esquema: El primer depósito, el 1 de enero de 2000, es de \$3600 y los siguientes son incrementados sucesivamente en \$60. Asumiendo una tasa de interés efectiva anual de 4%, calcular el capital acumulado en la cuenta el 15 de febrero de 2010.

**Problema 8:** Un inversor decide comprar el 1 de febrero de 2001 una renta perpetua, la cual da derecho a su propietario a percibir un cupón anual equivalente al 4% de su valor nominal igual a \$100000, pagadero semestralmente cada 1 de marzo y 1 de septiembre.

a) Calcular el valor de las cuotas (constantes) de la renta y graficar el esquema de la renta.

Si en el mercado secundario de deuda este tipo de activo se negocia con una tasa de interés efectiva anual del 6%,

b) determinar el precio de compra de este activo.

**Problema 9:** Un proyecto de inversión va a generar un flujo de caja neto anual que se proyecta indefinido e incrementándose de forma acumulativa, con una tasa anual del 10%; siendo el flujo del primer ejercicio igual a \$50000. Se estima que el costo del capital de la empresa es del 15% (que corresponde a la tasa de interés efectiva anual sobre el valor del dinero) y la inversión inicial de capital requerida es de \$300000.

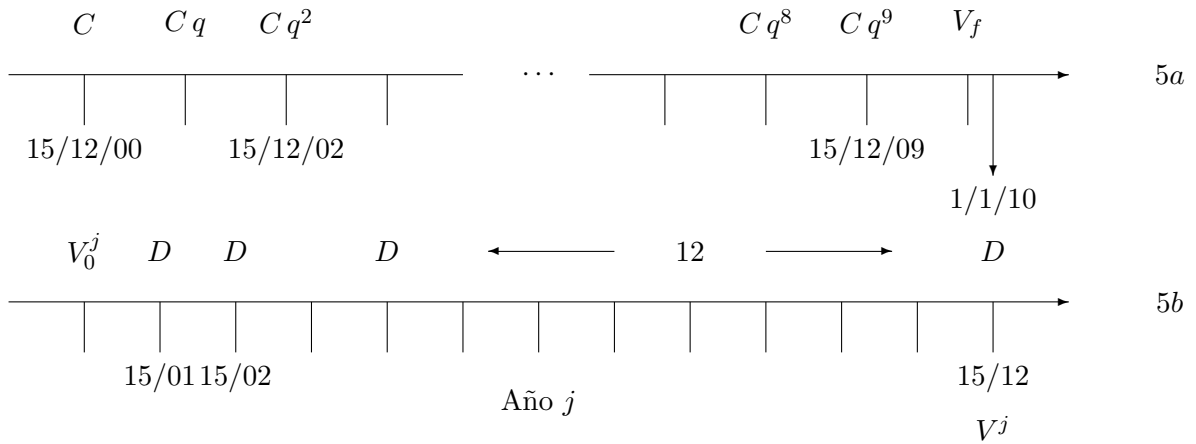
a) Graficar el esquema de flujos de caja del proyecto de inversión.

b) Calcular el valor actual neto del proyecto al momento de la inversión inicial.

**P. Pury – Fa.M.A.F ©2010**

## SOLUCIONES

**Solución del Problema 5):** Esquema de las rentas:



**5b):**  $D = Cq^j/12$  con  $j = 0, \dots, 9$ .

$$V^j = V_0^j (1 + i^{(12)})^{12}; \quad V_0^j = \frac{D}{i^{(12)}} \left( 1 - (1 + i^{(12)})^{-12} \right)$$

$$V^j = \frac{D}{i^{(12)}} \left( (1 + i^{(12)})^{12} - 1 \right) \implies V^j = \frac{C i}{12 i^{(12)}} q^j$$

Por lo tanto, se reobtiene un esquema de renta anual en progresión geométrica con 10 cuotas. De esta manera:

$$V_f = \frac{C i}{12 i^{(12)}} \frac{(1 + i)^{10} - q^{10}}{1 + i - q} \quad \text{y} \quad V_{1/1/10} = V_f (1 + i)^{17/365}.$$

Usando que  $q = 1 + r$  y que  $j^{(12)} = 12 i^{(12)}$ , se obtiene

$$V_{1/1/10} = \frac{C i}{j^{(12)}} \frac{(1 + i)^{10} - (1 + r)^{10}}{i - r} (1 + i)^{17/365}$$

Dados los valores:  $C = 3000$ ,  $r = 0,02$  e  $i = 0,035$ , se tiene que  $i^{(12)} = \sqrt[12]{1 + i} - 1 = 0,00287$  y finalmente  $V_{1/1/10} = 38995,10$ .