Presentación

FaMAF

9 de marzo, 2010

Un ejemplo

Un farmacéutico planea instalar una farmacia en la que preparará medicamentos en base a prescripciones que traen los clientes.

Planifica y espera:

- Abrir a las 9.00 AM.
- No recibir pedidos luego de las 5:00 PM.
- Permanecer en la farmacia hasta cumplir todos los pedidos.

Su experiencia le indica que:

- atenderá un promedio de 32 clientes por día.
- el tiempo de atención es una cantidad aleatoria con media de 10 min., y desviación estándar de 4 min.

Preguntas posibles

- ¿A qué hora promedio saldrá de su negocio por la tarde?
- ¿Qué porcentaje de días saldrá después de las 17 hs.?
- ¿Cuál es el tiempo promedio para completar un pedido, teniendo en cuenta que debe haber finalizado con todos los anteriores?
- ¿Qué porcentaje de pedidos cumplirá en un lapso de 30 min.?
- Restricción: No aceptar nuevos pedidos si hay 5 pedidos pendientes.
  ¿Cómo se responden las preguntas anteriores?

El modelo

Se elige un modelo probabilístico para describir:

- Horario de llegadas de los clientes.
- Tiempo de servicio para cumplir un pedido.

Hipótesis

- Tiempos entre llegadas con tasa constante.
- Tiempos de llegada dependientes de la hora del día: tasa variable.
- Tiempo de servicio con tasa constante.
- Tiempo de servicio dependiente de otras variables.

Respuestas:

- Analíticamente, es complicado darlas.
- SIMULACIÓN

La Simulación

Implica:

- Conocer distribuciones teóricas de probabilidad.
- Reconocer v.a. dependientes e independientes.
- Saber generar (simular) valores de v.a. con diferentes distribuciones.
- Inferir distribuciones a partir de muestras de datos.
- Aplicar tests de hipótesis.
- Estimar y ajustar parámetros de distribuciones.
- Conocer técnicas de validación estadística.

Permite:

- Utilizar la computadora para representar al modelo.
- Responder preguntas en base al modelo simulado.
- Modificar condiciones y responder otras preguntas.

Otros ejemplos

- Sistema de cola de espera en un servidor.
- Sistema de cola de espera en dos o más servidores, en serie.
- Sistema de cola de espera en dos o más servidores, en paralelo.
- Modelo de inventario.
- Modelo de reparación de máquinas.

Repaso de probabilidades

- Espacio muestral. Eventos.
- Axiomas de probabilidad.
- Probabilidad condicional e independencia.
- Variables aleatorias.
- Valor esperado y varianza.
- Desigualdad de Chebyshev y las Leyes de los Grandes números.

Variables aleatorias

Discretas:

- Uniforme.
- Bernoulli.
- Binomial.
- Poisson.
- Geométrica.
- Binomial negativa o Pascal.
- Hipergeométrica.

Variables aleatorias

Continuas:

- Uniforme.
- Normal.
- Exponencial.
- Gamma.

Procesos de Poisson

- homogéneos.
- no homogéneos.

Esperanza condicional.
Varianza condicional.

Espacio muestral

Dado un experimento, se llama espacio muestral al conjunto de resultados del experimento.

Ejemplo

En una carrera de 3 caballos, se considera el orden de llegada a la meta.

$$S = \{(1,2,3),(1,3,2),(2,1,3),(2,3,1),(3,1,2),(3,2,1)\}.$$

Un evento es un subconjunto de S.

$$A = \{\text{resultados en los que el caballo 1 sale último}\}$$

$$A = \{(2,3,1),(3,2,1)\}.$$

Eventos

Son eventos:

- Uniones de eventos: $A \cup B$.
- Intersecciones de eventos: AB.
- Complemento de un evento: A^c.

Esto implica que son eventos:

- $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$.
- $A_1\, A_2\, \ldots\, A_n$.
- $S = A \cup A^c$.
- $\emptyset = AA^c$.

A y B son mutuamente excluyentes si $A\,B = \emptyset$.

Axiomas de probabilidad

P es una probabilidad sobre el espacio muestral S si:

Ax. 1 : $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo evento A.

Ax. 2 : $P(S) = 1$.

Ax. 3 : Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son mutuamente excluyentes 2 a 2:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i), \quad n = 1, 2, \ldots .$$

$$P(A^c) = 1 - P(A).$$

Probabilidad condicional

Probabilidad condicional de que ocurra A dado B.

$$P(A \mid B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

A y B se dicen independientes si $P(A \mid B) = P(A)$.

$$P(A\,B) = P(A) \cdot P(B).$$

Variables aleatorias

Variable aleatoria sobre el espacio muestral S:

$$X : S \mapsto \mathbb{R}.$$

Función de distribución acumulada:

$$F(x) = P(X \leq x) := P\left(\{s \in S \mid X(s) \leq x\}\right).$$

- no decreciente.
- $0 \leq F(x) \leq 1$.

- Discreta: sólo un número finito o numerable de valores.
- Continua: existe f no negativa tal que

$$P(X \in C) = \int_C f(x)\, dx.$$