

Problema 1: Derive respecto a x las siguientes funciones:

- a) $f(x) = 2x - 1$ b) $f(x) = (5x^2 + 4x)^3 + 12x$ c) $f(x) = \frac{x^2 + 4}{3x}$
- d) $f(x) = \sqrt{7x^3}$ e) $f(x) = (x^3 - 2x)^2(3x^2 - 4x)$ f) $f(x) = \frac{x(b+x)}{x+a} + cx^2$
- g) $f(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ h) $f(x) = x^3 \cdot x^{1/2}$ i) $f(x) = \frac{1}{(3x^2 + 5x)} \cdot (4x + 1)$
- j) $f(x) = \frac{(3x^2 + 5x)}{\sqrt{x^3 + 2}}$ k) $f(x) = \sqrt{2x + 1}(1 - 3x)^4$ l) $f(x) = \sqrt{((x^2 - 2x)^2 - x)^2 + 1}$
- m) $f(x) = \cos(2 \cdot x^2 + 3x)$ n) $f(x) = \text{sen}(2 \cdot x) \cos(3x^2)$ o) $f(x) = \text{sen}(3x) \cdot (1 + \cos(2x))$

Problema 2: Determine la función cuadrática $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, tal que se anula para $x=3$ y $x=7$ y tiene un mínimo en x_0 tal que $f(x_0) = -8$.

Problema 3: Encontrar los puntos críticos de las siguientes funciones y determinar si son máximos, mínimos o puntos de inflexión. Graficar.

- a) $f(x) = \frac{x^2}{2} - 4 \cdot x + 9$ b) $f(x) = \frac{x}{x^2 + a}$ c) $f(x) = x^4 + x^3$

Problema 4: Un móvil se mueve según la función $x(t) = 1 \text{ (m/s}^3) t^3 - 3 \text{ (m/s)} t$

- a) Graficar $x(t)$ vs t y $v(t)$ vs t .
b) En qué instantes la velocidad vale 9 m/s? Determinarlo gráfica y analíticamente.
c) Calcular la velocidad media en el intervalo $[-2s; 1s]$.
d) Calcular la velocidad instantánea en $t = -2s$ y en $t = 1s$. Comparar con el resultado obtenido en el punto c.

Problema 5: Sabiendo que las funciones de movimiento de los móviles A y B son respectivamente:

$$x_A(t) = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 2m \quad \text{y} \quad x_B(t) = \frac{3}{2} \frac{m}{s} \cdot t - 2m$$

- a) Calcule la distancia mínima que los separa y el instante de tiempo t_m en que esto se produce.
b) Calcule las velocidades medias \bar{v}_A y \bar{v}_B entre 0 y t_m
c) Calcule $v_A(t_m)$ y $v_B(t_m)$.

Problema 6: La función de movimiento de un móvil A que se mueve sobre una ruta rectilínea está dada por

$$x_A(t) = (m/s^3) t(t+5s)(t-3s),$$

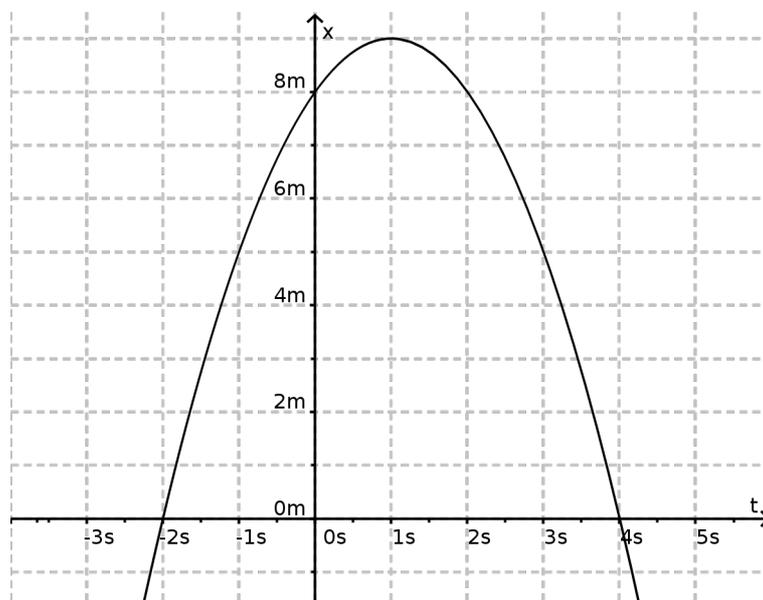
donde x se mide en metros y t en segundos.

- Calcule la velocidad instantánea del móvil para todo tiempo.
- ¿En qué instantes de tiempo el móvil está en reposo? ¿Cuál es la posición del móvil en cada uno de esos instantes?
- Grafique la función $x_A(t)$ y la velocidad instantánea del móvil en función del tiempo, e *interprete físicamente* los resultados obtenidos en el inciso b).
- ¿En qué intervalos de tiempo el móvil se desplaza en el sentido de coordenadas crecientes, y en qué intervalos se mueve en el sentido de coordenadas decrecientes?
- Realice un esquema donde se muestre el recorrido que realiza el móvil sobre su trayectoria para todo tiempo. Explique con sus palabras todas las características del movimiento que las gráficas del punto c) le sugieren.
- Calcule la velocidad media del móvil en los intervalos: $[-3s; 0s]$, $[0s; 3s]$ y $[-5s; -3s]$.

Sobre la misma ruta de viaje, *un segundo móvil B*, que se desplaza a 9 m/s en el sentido de las coordenadas crecientes, encuentra al móvil A en el origen de coordenadas cuando éste posee velocidad negativa.

- Determine la función de movimiento del *móvil B*.
- ¿En qué tiempos y coordenadas se produjo o producirá un encuentro entre los dos móviles?
- Determine la distancia que separa a ambos móviles en $t = 0s$ y en $t = 3s$.
- Resolver los puntos g) y h) gráfica y analíticamente.

Problema 7: Un móvil A realiza su recorrido con una función de movimiento dada por el siguiente gráfico:



- Escribe la expresión de la función de movimiento para todo tiempo.
- Escribe la expresión para la velocidad en función del tiempo y graficala.
- ¿En qué instantes de tiempo el móvil está en reposo? ¿Cuál es la posición del móvil en cada uno de esos instantes?

- d) ¿En qué intervalos de tiempo el móvil se desplaza en el sentido de coordenadas crecientes, y en qué intervalos se mueve en el sentido de coordenadas decrecientes? Indica si en algún momento el móvil invirtió su dirección de movimiento. Explica utilizando el gráfico del punto b.
- e) Si otro móvil B tiene una función de movimiento dada por:

$$x_B(t) = -2 \frac{m}{s} t + 4m$$

¿Dónde y cuándo se encuentran los dos móviles? Resuelva este punto gráfica y analíticamente.

Problemas Adicionales

Problema 8: Derive respecto a x las siguientes funciones:

1) $f(x) = a \cdot x^3 + \frac{b}{x} + c \cdot x$

2) $f(x) = (3 \cdot x)^3 - 2 \cdot x$

3) $f(x) = \frac{x^2}{2 \cdot x^3 + 3}$

4) $f(x) = (2 \cdot x)^2 \cdot ((3 \cdot x)^3 + 3)$

5) $f(x) = (3 \cdot x + 2)^4 \cdot (2x + 3)$

6) $f(x) = (2 \cdot x + 1) \cdot (5 \cdot x^3 + 3)$

7) $f(x) = \text{sen}(4 \cdot x + x^3)$

8) $f(x) = \text{sen}(3x) + \cos(2x)$

9) $f(x) = \frac{\text{sen}(2 \cdot x + 1)}{\cos(3 \cdot x^4 + 3)}$

Problema 9: Encontrar los puntos críticos de las siguientes funciones y determinar si son máximos, mínimos o puntos de inflexión. Graficar.

a) $f(x) = (x + 3)^2 \cdot (x - 5)$

b) $f(x) = x^n$, n natural

c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

Problema 10: ¿Cuál es el el área máxima que puede encerrar un rectángulo de perímetro P ?

Problema 11: Sabiendo que la función de movimiento de una partícula es $x(t) = 9t^4 + (5/4)t^2$; donde las distancias se miden en metros y el tiempo en segundos

- a) Encontrar la velocidad de la partícula para: $t = 1$ s; $t = 0.5$ s y $t = 2$ s.
 b) Graficar $x(t)$ vs t y $v(t)$ vs t .