

Poincaré's conception of aesthetics in mathematics: methodological and metaphysical framework

Concepción poincareana de la estética en matemáticas : Marco metafísico y metodológico

Second School in Conceptual History of the Mathematics

Cordoba Novembre 2010

Caroline Jullien LPHS-H. Poincaré, Nancy Université

Introduction

“Mathematics have a triple aim. They must furnish an instrument for the study of nature. But that is not all: they have a philosophic aim and, I dare maintain, an aesthetic aim.” (Poincaré, *The Value of Science*, 75)

“Las matemáticas tienen una triple meta. Han de proporcionar un instrumento para el estudio de la Naturaleza. Pero no es todo, tienen una meta filosófica y, me atrevería a decir, una meta estética” (Poincaré, *El valor de la Ciencia*, 104)

Purpose of the presentation:

Define a metaphysical and methodological framework from which Poincaré's thesis can be demonstrated.

Objeto de esta ponencia :

Definir el marco metafísico y metodológico en el que la tesis de Poincaré puede ser demostrada.

I. Conception of beauty according to Poincaré

a) Intellectual Conception

Platonising approach

b) Cognitive Conception

Aristotelian approach

I. Concepto poincareano de la belleza

a) Concepto intelectual

Vertiente platónica

b) Concepto cognitivo

Vertiente aristotélica

I. a) Conception of the intellectual beauty

Metaphysical prerequisite:

Nature, universal harmony, is the root of all beauty

“The scientist does not study nature because it is useful to do so. He studies it because he takes pleasure in it, and he takes pleasure in it because it is beautiful.” (Poincaré, *Science and method*, 22)

I. a) Concepto de la belleza intelectual

Presupuesto metafísico :

La naturaleza, la armonía universal es fuente de belleza

“El sabio estudia la naturaleza porque halla placer en ello y halla placer en ello porque es hermosa.”(Poincaré, *Ciencia y método*, 22)

“If nature were not beautiful, it would not be worth knowing, and life would not be worth living. (...) Intellectual beauty is self-sufficing, and it is for it, more perhaps than for the future good of humanity, that the scientist condemns himself to long and painful works.” (Poincaré, Science and method, 22)

“ And if, my dear Socrates, Diotima went on, man’s life is ever worth the living, it is when he has attained this vision of the very soul of beauty. ” (Symposium, 211b-212b)

“Si la naturaleza no fuera hermosa no valdría la pena conocerla y la vida no valdría la pena vivirla (...) La belleza intelectual se basta a sí misma y es por ella, más aún quizás que para el bien futuro de la humanidad, por lo que el científico se condena a sí mismo a largos y arduos trabajos” (Poincaré, Ciencia y método,22)

En este período de la vida, querido Sócrates -dijo la extranjera de Mantinea-, más que en ningún otro, le merece la pena al hombre vivir: cuando contempla la belleza en sí. (El banquete 211b 212b)

“I am not speaking, of course, of that beauty which strikes the senses, of the beauty of qualities and appearances, (...).What I mean is that more intimate beauty which comes from the harmonious order of its parts, and which a pure intelligence can grasp.” (Poincaré, Science and Method,22)

“(...) beauty itself, simple, pure, plain, (...) instead of a beauty made of flesh, colours and hundred of other perishable uselessness, divine beauty itself under its one and only form.” (Symposium, 211b-212b)

“No me refiero por supuesto a esa belleza que impresiona los sentidos, a la belleza de las cualidades y de las apariencias (...) sino que quiero hablar de esa belleza más íntima que procede del orden armonioso de las partes y que una inteligencia pura puede aprehender.” (Poincaré, Ciencia y método 22)

“(...)Ver la belleza en sí, pura, limpia, sin mezcla y no infectada de carnes humanas, ni de colores ni, en suma, de otras muchas fruslerías mortales, y pudiera contemplar la divina belleza en sí, específicamente única.” (El banquete 211a)

1.b) Cognitive Conception

“(…) what are the mathematical entities to which we attribute this character of beauty and elegance, which are capable of developing in us a kind of aesthetic emotion? Those whose elements are harmoniously arranged so that the mind can, without effort, take in the whole without neglecting the details. This harmony is at once a satisfaction to our aesthetic requirements, and an assistance to the mind which it supports and guides.” (Poincaré, *Science and Method*, 59)

1. b) Concepto cognitivo

¿Cuáles son los seres matemáticos a los que atribuimos ese carácter de belleza y de inteligencia, capaces de desarrollar en nosotros mismos una clase de emoción estética? Son aquellos cuyos elementos están dispuestos armoniosamente de tal manera que el espíritu puede sin esfuerzos abarcar la totalidad y penetrar los detalles a la vez. Esa armonía es a la vez satisfacción para nuestras necesidades estéticas y apoyo para el espíritu al que apoya y guía.” (Poincaré, *Ciencia y método*, 53)

“The buildings we admire are those in which the architect has succeeded in to proportioning the means to the end, in which the columns seem to carry the burdens imposed on them lightly and without effort, like the graceful caryatids of the Erechtheum.” (Poincaré, Science and Method, 23)

“Los edificios que admiramos son aquellos en que el arquitecto fue capaz de adecuar medios y metas y en que las columnas parecen sostener sin esfuerzo y alegremente el peso que se les impuso, igual que las graciosas cariátides .del Erecteión.” (Poincaré, Ciencia y método, 23)

“(...) those who hold that mathematics says nothing of the beautiful or of the good are wrong. In point of fact it has a great deal to say about them. Even though it does not expressly mention them, but only demonstrates a universal plan and its outward realization, that is not ‘telling us nothing about them’. The main species of beauty are order, symmetry, and definiteness, which are revealed in particular by mathematics. And since these characteristics are manifestly causes of numerous effects, it follows that mathematics treats the principle which we call beauty in some sense as a cause.”

(Metaphysics M 1078 a 31b5)

“Los filósofos que aducen que las ciencias matemáticas no dejan ningún espacio para lo Hermoso o el Bien están ciertamente confundidos. Lo Hermoso es por el contrario objeto principal del razonamiento de estas ciencias y de su demostración. No es motivo, por el simple hecho de que no lo nombran decir que no hablan de él, puesto que muestran sus efectos y sus relaciones.

Las formas más altas de lo Hermoso son el orden, la simetría , el orden, lo definido, allí está lo que principalmente dan a conocer las ciencias matemáticas.”
(Metafísica M 1078 a 31b5.)

“Again, a beautiful object, whether it be a living organism or any whole composed of parts, must not only have an orderly arrangement of parts, but must also be of a certain magnitude; for beauty depends on magnitude and order. Hence a very small animal organism cannot be beautiful; for view of it is confused, the object being seen an almost imperceptible moment of time. Nor, again, can one of vast size be beautiful; for as the eye cannot take it all in at once, the unity and sense of the whole is lost for the spectator; as for instance if there were one a thousand miles long. As, therefore, in the case of animate bodies and organisms a certain magnitude is necessary, and a length which can be easily embraced by the memory. “ (Poetics 1450b 40)

“La belleza estriba en la extensión y en el orden, por eso un animal no podría ser hermoso si fuera muy diminuto (la vista se hace confusa si se ejerce sólo un breve instante) ni si es muy grande (la vista de conjunto está impedida, la unidad de la totalidad escapa de la vista de los espectadores, como si un animal midiera diez mil estadios). Es preciso, al igual que los cuerpos y los animales tienen que tener una extensión fácil de abarcar con la mirada, que las intrigas tengan una extensión que podamos recordar con facilidad.” (Poética 1450b 40)

II. Beauty, the aim of mathematics?

We have to demonstrate that

- a) Setting beauty as an aim of mathematics does not conflict with its purpose for physics.
- b) This aesthetic aim, if reached, grants mathematics its internal and external utility.

II. La Belleza, ¿meta de las matemáticas ?

Es preciso mostrar que :

- a) Establecer la Belleza como meta de las matemáticas no vulnera su meta física.
- b) Que esta meta estética, si se alcanza, confiere a las matemáticas una utilidad interna y externa.

Link between the physical aim and the aesthetic aim

“(...) the writers who embellish a language, who treat it as an object of art, make it at the same time a more supple instrument, more apt for rendering shades of thought.

We understand, then, how the analyst, who pursues a purely aesthetic aim, helps create, just by that, a language more fit to satisfy the physicist.” (Poincaré, *The Value of Science*, 77)

Vínculo entre meta física y meta estética

“(...) Los escritores que enriquecen un idioma, que lo tratan como un objeto de arte hacen de él al mismo tiempo un instrumento más flexible, más apto para expresar los matices del pensamiento.

Así se entiende cómo un analista que persigue una meta meramente estética contribuye por eso mismo a crear un idioma más capaz de satisfacer al físico.” (Poincaré, *El valor de la Ciencia*, 105)

The argument for point a) (setting beauty as an aim of the mathematics does not conflict with its purpose for physics) relies on the methodological prerequisite adopted by Poincaré:

Mathematics is the only entrance to universal harmony

La argumentación del punto a) (Establecer la belleza como meta de las matemáticas no vulnera su meta física) estriba en el presupuesto metafísico adoptado por Poincaré :

*Las matemáticas son el único acceso a la armonía
universal*

“What has taught us to know the true, profound analogies, those the eyes do not see but reason divines?

It is the mathematical spirit, which disdains matter to cling only to pure form. This it is which has taught us to give the same name to things differing only in material, to call by the same name, for instance, the multiplication of quaternions and that of whole numbers. (...)

Such are the services the physicist should expect of analysis; but for this science to be able to render them, it must be cultivate in the broadest fashion, without immediate expectation of utility – the mathematician must have worked as an artist.

What we ask of him, is to help us to see, to discern our way in the labyrinth which opens before us. Now, he sees best who stands highest.” (Poincaré, *The Value of Science*, 77-78)

“¿Quién nos enseñó a conocer las analogías verdaderas, profundas, las que los ojos no ven y que la razón adivina?

Fue el espíritu matemático, que desprecia la materia para interesarse sólo en la forma pura. Fue él quién nos enseñó a nombrar con el mismo nombre a seres que sólo difieren por la materia (...)

Aquí están los servicios que el físico debe esperar del análisis, pero para que esta ciencia pueda prestárselos tiene que ser cultivada de la manera más amplia, sin preocupaciones de inmediata utilidad. Es necesario que el matemático haya trabajado como si fuera un artista.

Lo que le pedimos es que nos ayude a ver, a vislumbrar el camino en el dédalo que se nos presenta. Ahora bien, el que mejor ve es el que más alto se ha alzado.”
(Poincaré, El valor de la Ciencia, 106)

Meaning of

1) Work as an artist

2) Correct analogy

¿Qué significa ... ?

1) Trabajar como si fuera un artista

2) Analogía verdadera

1) To work as an artist is to discover the pattern, or the structure linking and gathering together different elements.

1) Trabajar como si fuera un artista significa descubrir el esquema o la estructura que une y unifica los diferentes elementos.

2) The correct analogies apply to the general pattern, the form or the structure of the construction (a correct and deep analogy that only the reason can see). In contrast to the simple analogies which apply to element of an effective construction at the object level (simple analogy that the eye can distinguish)

2) Las analogía verdaderas se refieren al esquema general, la forma o la estructura de la construcción (analogía verdadera y profunda que sólo la razón puede ver). Difieren de las analogías simples, las que estriban en elementos efectivos a nivel de objetos (analogía sencilla que el ojo puede distinguir).

Poincaré's argument to demonstrate that the aesthetic aim is bound to the physical one consist in 2 steps:

- 1) To aim for beauty (to work as an artist) is what enables mathematics to be more subtle, more accurate, and to display a unity in the diversity of the sets of mathematical constructions

La argumentación poincareana para demostrar que la meta estética es inseparable de la meta física se hace en dos etapas :

- 1) Aspirar a la belleza (trabajar como si fuera un artista) es lo que permite hacer más finas, más precisas, las matemáticas y poner de relieve la unidad en la variedad del conjunto de las construcciones matemáticas.

2) To aim for beauty is to give us the means to give back to physics the service it expects from mathematics. In other words, the aesthetical approach makes the physical aim easier to achieve

2) Aspirar a la belleza es pues darse los medios necesarios de devolver a la física los servicios que espera de las matemáticas. En otros términos la postura estética en matemáticas favorece la consecución de una meta física.

Purpose of the metaphysical requisite :

Allows us to demonstrate that setting beauty as an aim of mathematics does not act as an obstacle to satisfying the requirement for truth

Papel del supuesto metafísico :

Permite mostrar que fijar la belleza como meta de las matemáticas no perjudica la exigencia de la verdad.

“(...) there is no fear that this instinctive and unacknowledged preoccupation [the search for beauty] will divert the scientist from the search for truth. We may dream of a harmonious world, but how far it will fall short of the real world! The Greeks, the greatest artists that ever were, constructed a heaven for themselves; how poor a thing it is beside the heaven as we know it!” (Poincaré, Science and Method, 22- 23)

“No es de temer que esta preocupación instintiva y no confesada (la búsqueda de la belleza) aparte al científico de la búsqueda de la verdad. Se puede soñar con un mundo armonioso, pero el mundo real lo dejará muy atrás ; los mayores artistas que jamás existieron, los Griegos, se construyeron un cielo, ¡Cuán mísero es comparado con el verdadero, el nuestro!” (Poincaré, Ciencia y método, 23)

b) The aesthetic aim, if reached, grants to mathematics its inner utility :

only construction satisfying aesthetic criteria act within mathematics itself, consequently aesthetic combinations provide an internal utility.

La finalidad estética, cuando se alcanza, confiere a las matemáticas su finalidad interna :

Únicamente las construcciones que poseen los criterios estéticos son operativas en el interior de las matemáticas mismas, de lo que se deriva que son las combinaciones estéticas las que ofrecen una utilidad interna.

conclusion

“Poincaré speaks of the beauty of nature. But I think what it really comes down to is the beauty of the scientific representation of nature. One can, of course, in a portrait, for example, distinguish the beauty of the sitter from the beauty of the representation because one can gaze at the sitter as well as at the representation. We cannot, in a similar manner, contemplate (say) the general theory of relativity and then, if the spirit moves us, gaze at the aspects of nature that were its “sitter”. All we have of the sitter is the sitter *as represented* by the theory. So when, as Poincaré says, the scientific intelligence grasps the intimate beauty which comes from the harmonious order of nature’s parts, we must understand it as grasping the theory which represents that order and discovers it to us. In science it is only the representation of la belle nature that we can contemplate, not the thing in itself. To say we are contemplating nature is to say we are contemplating theory.” (Kivy, Midwest Studies in Philosophy, XVI,180-195, 189)

Does it make sense to speak of a non formal aesthetics (aesthetics of content) of mathematics considering that its contents (its meaning) is itself included within mathematics, to the extent that it is completely dependent on the mathematics itself ?

¿Tiene sentido hablar de una estética no formal (de una estética de contenido) de las matemáticas en la medida en que su contenido (su significado) está él mismo contenido en las matemáticas , en el sentido en que depende enteramente de la matemáticas mismas?

Mathematical theory possesses therefore in itself aesthetic properties, but these have been established according to the model of beauty (occasionally) provided by the nature (by inventing the mathematics, we discover the attributes of beauty).

La teoría matemática posee pues en sí misma las propiedades estéticas, pero estas últimas se establecen según el modelo de belleza que ofrece (en ocasiones) la naturaleza (al inventar las matemáticas se descubren los atributos de la belleza).

In Poincaré's solution, it is not the beauty of mathematics which is carried to nature, as claimed by Kivy, but the supposed beauty of nature carried to mathematics.

En el caso de la solución poincareana, no es la belleza efectiva de las matemáticas la que se traslada a la Naturaleza como lo dice Kivy sino que es la belleza supuesta de la naturaleza la que se traslada a las matemáticas.