

Topología Algebraica

Segundo cuatrimestre 2005

Descripción: Se trata de un primer curso de Topología Algebraica en el que se incluirá un primer capítulo de homotopía, grupo fundamental y espacios de recubrimiento. El tiempo dedicado a este primer capítulo dependerá de si el/los estudiantes cursaron estos tópicos o parte de ellos en un primer curso de topología. La parte central del curso será homología y cohomología singular, capítulos 2 y 3, descritos abajo. El prerrequisito para cursar esta materia será el curso de Topología I ya que se cubrirán a lo largo del curso los prerrequisitos de álgebra homológica necesarios. La carga horaria será de 8 horas semanales, con al menos 4 horas de teórico semanales. Para la parte práctica, de resolución de problemas, se atenderán consultas.

Programa previsto

1. **Homotopía.** Retractos. Equivalencia homotópica. Grupos de homotopía. El grupo fundamental. Espacios de revestimiento. Levantamientos. Acción del grupo fundamental en la fibra. Transformaciones de revestimiento. Acciones propiamente discontinuas.
2. **Homología singular.** Grupos de homología. Homología relativa. Propiedades functoriales. Conceptos de álgebra homológica. Axiomas de la homología.. Homología de la esfera. Teorema del punto fijo de Brouwer. Grados de funciones. Espacios CW y homología celular. Aplicaciones : homología de superficies compactas, homología de espacios proyectivos. Característica de Euler-Poincaré. Homología singular. El producto cruz y subdivisiones. Teorema de escisión. Sucesión de Mayer-Vietoris. Teorema de invariancia del dominio.
3. **Cohomología singular.** Más conceptos de álgebra homológica (Ext, Tor). Cohomología singular. Teorema del coeficiente universal.
4. **Aplicaciones.** Para concluir y relacionando estos temas con otras áreas se desarrollará, omitiendo algunas demostraciones la teoría de de Rham y como aplicación el teorema de Nomizu, que relaciona la cohomología real de variedades con la cohomología del álgebra de Lie asociada.

Referencias.

- Bredon G., *Topology and Geometry*, Springer Verlag, 1993.
García A., Sánchez C., *Topología Algebraica*, Trabajos de Matemática, FaMAF.
Weibel Ch., *Homological Algebra*, Cambridge Univ. Press.