

# GEOMETRÍA RIEMANNIANA Y ESPACIOS SIMÉTRICOS

M. L. BARBERIS

PRIMER CUATRIMESTRE 2006

CARGA HORARIA: 120 HORAS

El propósito de este curso es estudiar la estructura de los espacios riemannianos simétricos, los cuales constituyen una herramienta importante para testear diversas conjeturas en geometría diferencial.

Se comenzará definiendo las nociones básicas relacionadas con métricas riemannianas para demostrar los teoremas clásicos en esta área.

Se darán los conceptos básicos necesarios de la teoría de grupos y álgebras de Lie.

Finalmente se estudiará la descomposición de los espacios simétricos a partir del estudio de las álgebras de Lie simétricas ortogonales.

## CAPÍTULO I

Conexiones afines, paralelismo, geodésicas, aplicación exponencial, derivada covariante, ecuaciones de estructura. Variedades riemannianas, conexiones riemannianas, entornos normales, completitud, teorema de Hopf-Rinow. Variedades riemannianas de curvatura negativa: teoremas de Cartan y Hadamard.

## CAPÍTULO II

Grupos y álgebras de Lie, homomorfismos, exponencial, representaciones, representaciones adjunta y coadjunta, subgrupos de Lie, espacios homogéneos.

## CAPÍTULO III

Espacios simétricos, pares simétricos, álgebras de Lie simétricas ortogonales, exponencial y tensor de curvatura. Álgebras de Lie simétricas ortogonales de tipo compacto, no compacto y euclídeo, descomposición de álgebras de Lie simétricas ortogonales, dualidad. Curvatura seccional de espacios simétricos, espacios simétricos con grupos de isometrías semisimples, teorema de descomposición de espacios simétricos.

## BIBLIOGRAFÍA

- [B] A. L. Besse, *Einstein manifolds*, Springer-Verlag, Berlín-Heidelberg, 1987.
- [Do] I.G. Dotti, *Tópicos de geometría riemanniana homogénea*, Trabajos de Matemática, Serie B, **3/87**, FaMAF, 1987.
- [Dr] M.J. Druetta, *Notas de geometría riemanniana básica*, Trabajos de Matemática, Serie B, **1/87**, FaMAF, 1987.
- [H] S. Helgason, *Differential Geometry, Lie groups and symmetric spaces*, Academic Press, San Diego-London, 1978.
- [KN] S. Kobayashi & K. Nomizu, *Foundations of differential geometry*, vol. I & II, Interscience Publishers, New York-London, 1963.