

Curso de posgrado:

Funciones esféricas y polinomios ortogonales

Primer cuatrimestre 2006

Docente: Inés Pacharoni

Capítulo I.

Problemas básicos del análisis armónico. Operadores diferenciales en una variedad diferenciable. Los operadores gradiente, divergencia y de Laplace-Beltrami en una variedad pseudo-riemanniana. Coordenadas geodésicas polares en una variedad riemanniana. El operador de Laplace-Beltrami de R^n y S^{n-1} en coordenadas esféricas polares.

Capítulo II.

La medida asociada a una m -forma en una variedad diferenciable orientada de dimensión m . Relación entre la medida riemanniana de una variedad riemanniana orientable y la definida por una forma diferencial. La integral de Haar de un grupo de Lie. Grupos de Lie unimodulares. Cálculo de las integrales de Haar de: $SO(3)$, $U(2)$ y del grupo euclídeo.

Capítulo III.

El análisis armónico de S^{n-1} . Polinomios armónicos homogéneos. Esféricos armónicos. Funciones esféricas zonales. Ecuación hipergeométrica de Gauss. La función hipergeométrica. Los polinomios de Jacobi. Los polinomios ultraesféricos y los polinomios de Legendre. Polinomios ortogonales clásicos. Ortogonalidad y ecuación integral que satisfacen. Definición abstracta de las funciones esféricas zonales o clásicas.

Capítulo IV.

Teoría general de polinomios ortogonales matriciales. Ejemplos. Polinomios ortogonales matriciales que son autofunción de un operador diferencial de segundo orden simétrico. Teoría general de funciones esféricas matriciales. Funciones esféricas asociadas al espacio proyectivo complejo. Relación con los polinomios ortogonales. Función hipergeométrica matricial.

Capítulo V.

Espacios métricos finitos (X, d) con métrica a valores enteros. Grafo asociado a un tal espacio. Espacios bihomogéneos finitos: $X = G/H$. Estructura de H -órbitas de X . El álgebra conmutante de $L^2(X)$. Funciones esféricas. Relaciones de ortogonalidad entre las funciones esféricas y relaciones de ortogonalidad duales. Naturaleza polinomial de las funciones esféricas. Ejemplos: el hipercubo en R^n con la distancia de Hamming; el espacio de los subconjuntos de n -elementos de un conjunto de v -elementos.

Bibliografía.

S. Helgason, Differential geometry and symmetric spaces, Academic Press, New York, 1964.

S. Helgason, Groups and geometric analysis, Academic Press, New York, 1984.

D. Stanton, Orthogonal polynomials and Chevalley groups, Special functions: group theoretical aspects and applications, 86-128, Reidel Publishing Company, 1984.