

# Análisis Armónico y Aplicaciones a las Ecuaciones Diferenciales

Especialidad-Curso de posgrado.  
2do Cuatrimestre 2007

**Responsable:** Dra. M. Silvina Riveros. **Colaborador:** Dr. Tomás Godoy.

(1) **Integrales de Fourier**

- Transformada de Fourier de funciones del  $L^1(\mathbb{R}^n)$ .
- Clases de Schwartz y distribuciones temperadas.
- Transformada de Fourier en  $L^p(\mathbb{R}^n)$ ,  $p > 1$ .
- Convergencia y sumabilidad para integrales de Fourier.

(2) **Función Maximal de Hardy-Littelwood**

- Definición y existencia en casi todo punto de  $Mf$  para  $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$ .
- Acotación fuerte  $(p, p)$ ,  $(p > 1)$  y débil  $(1, 1)$ . Lemas de cubrimiento.
- Descomposición de Calderón-Zygmund.
- Operador Maximal diádico.

(3) **Teoremas de interpolación**

- Teorema de interpolación de Marcinkiewicz.
- Teorema de interpolación de Riesz-Thorin.
- Teorema de interpolación compleja.

(4) **Operadores integrales: La Transformada de Hilbert y La Integral Fraccionaria**

- Acotación débil  $(1, 1)$  y fuerte  $(p, p)$  de la Transformada de Hilbert.
- Acotación débil  $(1, 1/\alpha)$ , y fuerte  $(p, q)$ ,  $1/p + 1/q = 1/\alpha$ ,  $1 < \alpha < n$ , para la integral fraccionaria  $I_\alpha$ .

(5) **Espacios de Sobolev**

- Algunos preliminares de análisis funcional: Los espacios  $D(\Omega)$  y  $D'(\Omega)$ . Derivadas en el sentido de las distribuciones. Espacios de Banach y de Hilbert. Convergencia fuerte y débil.
- Espacios de Sobolev.
- Desigualdad de Poincare. Teoremas de inmersión entre espacios de Sobolev. Resultados de compacidad para inmersiones entre espacios de Sobolev.

(6) **Problemas elípticos lineales**

- Soluciones débiles de problemas elípticos lineales de segundo orden con condiciones de frontera de tipo Dirichlet o Neumann.
- Resultados de existencia y unicidad de soluciones débiles. Principios de máximo.
- Propiedades de compacidad y monotonía del operador solución asociado a un operador elíptico lineal de segundo orden. Resultados de regularidad de las soluciones débiles.
- Teoría de Di Giorgi - Nash - Moser.

(7) **Problemas elípticos no lineales**

- Problemas semi-lineales. El método de las sub y super soluciones. Aplicaciones a la ecuación logística. Problemas elípticos no lineales de tipo variacional. Sucesiones de Palais Smale y Teorema de paso de la montaña. Aplicaciones al estudio de algunos problemas no lineales.

## Bibliografía:

- [1] J. Duoandikoetxea, *Análisis de Fourier*.
- [2] E. Stein-G. Weiss, *Introduction to Fourier Analysis on Euclidean Spaces*.
- [3] E. Stein, *Harmonic Analysis, Real Variable Methods Orthogonality and Oscillatory Integrals*.
- [4] Haim Brézis, *Análisis funcional: Teoría y Aplicaciones*.
- [5] Gilbarg-Trudinger, *Elliptic partial differential equations of second order*.

**Correlativas:** Funciones Reales, Ecuaciones diferenciales II.