

# **Biología Matemática I**

## **Curso de Posgrado de Física y Matemática**

FaMAF - Segundo semestre -2008

El curso estará orientado a desarrollar en los estudiantes una capacidad efectiva para investigar en temas de considerable interés actual en biofísica, ecología y matemática biológica.

### **Programa**

1. **Dinámica de Poblaciones I (una especie).** Introducción. Ecuaciones de diferencias de primer orden. Su análisis y linealización. Modelos de tiempo discreto de primer orden, lineales y no lineales; dinámica de las poblaciones de insectos. Ecuación de Hassell. Modelos basados en ecuaciones diferenciales. Ecuación logística. Su linealización. Linealización de sistemas de dos ecuaciones diferenciales ordinarias. Estados de equilibrio. Criterio de Routh-Hurwitz. Aspectos evolucionarios. Dinámica de las cosechas y la pesca. Metapoblaciones. Efectos de retardo. Modelos con atraso en fisiología: enfermedades con dinámica periódica. Los conejos de Fibonacci. Poblaciones estructuradas por edad en la descripción de tiempo discreto. Matrices de Leslie. Ecuación de renovación de Euler. Enfoque de McKendrick.

2. **Dinámica de Poblaciones II (especies interactuantes).** Interacción anfitrión – parasitoide. Sistemas de ecuaciones de diferencias no lineales. Estados de equilibrio. Condiciones de Jury. Las ecuaciones de Lotka-Volterra para el predador y la presa. Modelado de la respuesta funcional del predador. Modelo de Rozenzweig-MacArthur. Forma de Kolmogorov. Competición – el principio de exclusión competitiva. Plano de fase. Teorema de Poincaré-Bendixon. Modelado de ecosistemas. Metapoblaciones interactuantes. Coexistencia de competidores mediada por el predador. Implicaciones ecológicas - Efecto de la destrucción del habitat.

3. **Dinámica de las Enfermedades Infecciosas.** Introducción. Modelos epidémicos simples y aplicaciones prácticas. Cociente reproductivo básico. Modelado de enfermedades venéreas. Epidemia tipo SIR. Endemia tipo SIR. Erradicación y control – vacunación contra una epidemia tipo SIR. Poblaciones estructuradas por edades. Estados estacionarios. Enfermedades transmitidas por vectores. Modelo básico de las enfermedades macroparasíticas. Aspectos evolucionarios.

4. **Difusión en biología.** Teorías macro y microscópicas. Teoría macroscópica del movimiento. Conceptos de campo y operadores diferenciales vectoriales. Movimiento dirigido o taxis. Ecuaciones de estado estacionario y tiempos de tránsito. Ecuación de difusión y ejemplos. Distribución vertical del plankton. Búsqueda de bacterias por macrófagos. Ecuación de Fisher-Kolmogorov. Difusión con fuentes. Invasiones biológicas. Ejemplos. Solución de onda viajera a las ecuaciones de reacción-difusión. Modelo de Skellam. Propagación espacial de las epidemias. Dependencia con la capacidad de carga local.

5. **Modelado del Cáncer.** Introducción. Las etapas del cáncer. Modelos fenomenológicos: logístico, de von Bertalanffy, de Gompertz. Justificación de la ecuación macroscópica. Nutrientes: crecimiento limitado por difusión. Problemas de contorno móvil. Promotores e inhibidores del crecimiento. Vascularización.

### **Bibliografía**

1. N.F. Britton, “Essential Mathematical Biology” (Springer, Londres, 2003).
2. J.D. Murray, “Mathematical Biology”, tercera edición, tomos I y II (Springer, Nueva York, 2002) .
3. H.C. Berg, “Random Walks in Biology” (Princeton U. Press, Princeton, 1993).
4. D. Wodarz y N.L. Komarova, “Computational Biology of Cancer” (World Scientific, Singapur, 2005).
5. P. Turchin, “Complex Population Dynamics: A Theoretical/Empirical Synthesis” (Princeton U. Press, Princeton, 2003).
6. Se usarán, además, artículos aparecidos recientemente en revistas científicas.

**Docentes:** Dr. Carlos A. Condat (teóricos), Dr. Gustavo J. Sibona y Dra. Cristina Turner (prácticos).

En caso de haber estudiantes que deseen tomar a este curso como Especialidad, se requerirán las siguientes

**Correlatividades:** Física: Análisis Matemático IV; Análisis Numérico I Matemática: Ecuaciones Diferenciales I; Análisis Numérico I (deben estar cursadas antes de comenzar el curso y aprobadas antes de rendirlo).