

REPRESENTACIONES DE GRUPOS REDUCTIVOS

JORGE VARGAS

Segundo semestre 2009

Programa

Estructura de grupos (álgebras) de Lie semisimples sobre los números complejos. Subgrupos y subálgebras de Cartan. Raíces. Subgrupos (subálgebras) parabólicas. Teorema de Lie-Kolchin. Representaciones de grupos (álgebras) de Lie semisimples. Teorema del peso máximo de Cartan. Variedades proyectivas homogéneas. Teorema de Borel-Weil.

Estructura del centro del álgebra universal de un álgebra de Lie semisimple. Teorema de Harish-Chandra. Carácter infinitesimal de una representación. Estructura de los módulos de Verma. Ideales primitivos. Teorema de Duflo sobre la clasificación de ideales primitivos. Celdas en grupos de Weyl. Resolución de Bernstein-Gelfand-Gelfand. Teorema de Bott-Kostant sobre la \mathfrak{n} -comología. Estructura de la comología a coeficientes en un haz homogéneo sobre una variedad proyectiva homogénea. Estructura de la variedad de elementos nilpotentes. Variedades algebraicas asociada a una representación. Teorema de Borho-Barbush-Vogan.

Involuciones en un álgebra de Lie semisimple. Descomposición de Cartan. $(\mathfrak{g}, \mathfrak{k})$ -módulos. Módulos inducidos y coinducidos. Resoluciones inyectivas y proyectivas en la categoría de módulos de Harish-Chandra. Funtores de Zuckerman. Teoremas de Zuckerman-Shapalov. Elementos nilpotentes in \mathfrak{p} . Teoremas de Harish-Chandra sobre invariantes y aplicación al estudio de representaciones admisibles. Variedad asociada a módulos de Harish-Chandra. Teorema de Kostant-Rallis. La variedad asociada a un módulo de Zuckerman.

Grupos de Lie semisimples y reales. Clasificación de álgebras de Lie reales semisimples. Representaciones admisibles de grupos de Lie reales. Subgrupos parabólicos definidos sobre los reales. Representaciones de la serie principal. Operadores de entrelazamiento de Knapp-Stein. Clasificación de Langlands de las representaciones admisibles e irreducibles.

Bibliografía

Borho, W. A survey on Enveloping Algebras of Semisimple Lie Algebras, Canadian Math. Soc. CMS Conference Procc. Vol. 5

Knapp, Cohomology, Princeton University Press

Kobayashi T, Papers in Inv. Math. 94-98, Annals of Math.

Lusztig Left cells in Weyl groups, Lecture Notes Springer 1024.

Vogan, Associated varieties.... Prog. in Math.

Wallach, Real Reductive groups I, II

Warner, Harmonic Analysis on semisimple Lie groups.

Evaluación

Exámen final oral. Durante el dictado del curso si entregaran hojas de ejercicios.

Prerequisitos

Conocimientos basicos de Teoria de Lie, Algebra Lineal y Algebra abstracta.