

Curso de posgrado
Métodos en problemas elípticos lineales y no lineales
Programa tentativo

Capítulo I. Espacios de Sobolev. [2], [4], [1]

Derivadas débiles. Propiedades básicas. Espacios de Sobolev $W^{k,p}(\Omega)$ y $W_0^{k,p}(\Omega)$, $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$. Propiedades y ejemplos. Teoremas de extensión y aproximación. Diversas caracterizaciones del espacio $W_0^{1,2}$. Desigualdad de Poincaré. Teoremas de inmersión compacta.

Capítulo II. Problemas elípticos lineales de segundo orden. [2], [4]

Soluciones débiles, fuertes y clásicas. Teorema de Lax-Milgram. Existencia y unicidad de soluciones débiles para problemas en forma de divergencia (no necesariamente autoadjuntos). Problemas no homogéneos. Principio del máximo débil (para soluciones débiles). Regularidad: estimaciones L^∞ . Principios del máximo débil y fuerte (para soluciones clásicas). Lema de Hopf. C^0 -cotas a priori.

Capítulo III. Autovalores principales. [3], [2]

Problemas lineales con peso de signo indefinido. Caracterización variacional del autovalor principal positivo (cociente de Rayleigh). Propiedades: unicidad, monotonía respecto del dominio y del peso, simplicidad. Autofunciones y descomposición espectral de L^2 y H_0^1 . Teorema de Krein-Rutman. Autovalores principales para problemas no autoadjuntos.

Capítulo IV. Problemas no lineales. [2], [4]

Métodos de monotonía. Método de sub y supersoluciones. Ejemplos y aplicaciones a diversos problemas semilineales. Ecuación logística. Teoremas de unicidad. Teoremas de punto fijo de Schauder y de Schaefer. Aplicaciones. Problemas quasilineales. Técnicas de minimización. Teoremas de no-existencia. Identidad de Derrick-Pohozaev.

Bibliografía.

1. H. Brezis, *Analyse fonctionnelle. Théorie et applications*. Collection Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise, Masson, Paris, 1983.
2. M. Chipot, *Elliptic equations: an introductory course*. Birkhäuser Advanced Texts, Birkhäuser Verlag, Basel, 2009.
3. D. G. de Figueiredo, *Positive solutions of semilinear elliptic problems*. Lecture Notes in Math. 957, Springer, Berlin-New York, 1982.
4. L. Evans, *Partial differential equations*. Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society, Providence, RI, 1998.