

# Programa Curso de Posgrado

## Métodos Matemáticos Avanzados

Oscar Reula

2011

1. Conceptos Básicos de Topología.
  - a. Introducción
  - b. Terminología
  - c. Conceptos Derivados
    - i. Mapas continuos
    - ii. Compacidad
2. Álgebra Lineal.
  - a. Espacios Vectoriales
  - b. Covectores y Tensores
  - c. Complexificación
  - d. Espacios cociente
  - e. Normas
  - f. Las normas inducidas en  $V^*$
  - g. Teoría de Operadores Lineales
    - i. Representación Matricial
    - ii. Subespacios Invariantes
    - iii. Aplicación: Lema de triangulación de Schur
    - iv. Forma Canónica de Jordan
    - v. Relación de Semejanza
    - vi. Operadores Adjuntos
    - vii. Operadores Unitarios
  - h. Problemas
3. Geometría.
  - a. Variedades
  - b. Funciones Diferenciables en  $M$
  - c. Curvas en  $M$
  - d. Vectores
  - e. Campos Vectoriales y Tensoriales
  - f. El Corchete de Lie

- g. Difeomorfismos y la Teoría de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
  - h. Campos de Covectores y Tensores
  - i. La Métrica
  - j. Notación de Índices Abstractos
  - k. Derivada Covariante
4. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
- a. Introducción.
  - b. El Caso de una Única Ecuación Ordinaria de Primer Orden.
    - i. Ecuación Autónoma de Primer Orden.
    - ii. Extendiendo la Solución Local.
    - iii. El Caso No-autónomo.
  - c. Reducción a Sistemas de Primer Orden.
  - d. Sistemas de EDO.
    - i. Integrales Primeras.
    - ii. Teorema Fundamental de los Sistemas de EDO.
    - iii. Dependencia en Parámetros, Ecuación de Variaciones.
  - e. Problemas
5. Sistemas Lineales
- a. Sistema lineal homogéneo
  - b. Sistema Lineal Inhomogeneo -- Variación de constantes
  - c. Sistemas lineales homogéneos: coeficientes constantes
  - d. Problemas
6. Estabilidad.
- a. Problemas
7. Prueba del Teorema Fundamental.
- a. Prueba de los puntos i) y ii) del teorema fundamental.
  - b. Problemas
8. Elementos Básicos de Análisis Funcional.
- a. Introducción
  - b. Completando un Espacio Normado
  - c. \*Integral de Lebesgue
  - d. Espacios de Hilbert
  - e. Serie de Fourier
  - f. Problemas
  - g. Problemas de Series de Fourier
9. Distribuciones
- a. Introducción
  - b. La derivada de una distribución
  - c. Nota sobre la completitud de  $D$  y su dual  $D'$
  - d. Convergencia y Compacidad Débil
10. La Transformación de Fourier
- a. Introducción
  - b. \*Propiedades básicas de los Espacios de Sobolev
11. Teoría de ecuaciones en derivadas parciales

- a. Introducción
  - b. La ecuación de primer orden
  - c. El Problema de Cauchy
  - d. Clasificación de ecuaciones en derivadas parciales
12. Ecuaciones Elípticas.
- a. La Ecuación de Laplace
    - i. Existencia
    - ii. \*Regularidad de las Soluciones
  - b. Teorema Espectral
13. Ecuaciones simétrico--hiperbólicas.
- a. Introducción
  - b. Un ejemplo
  - c. Desigualdad de la energía para sistemas hiperbólicos
  - d. Unicidad de las soluciones
  - e. Dominio de dependencia
    - i. Construcción de una superficie característica
    - ii. Dominio de dependencia, ejemplos
14. Ecuaciones Parabólicas.
- a. Introducción
  - b. Unicidad y el Teorema del Máximo

## **Bibliografía:**

El curso se basará en mi libro sobre el tema: *Metodos Matemáticos de la Física* pero de allí se irá extendiendo con artículos específicos que los estudiantes deberán presentar en clase y que servirán para profundizar cada uno de los temas.