

Introducción a la Teoría de Fenómenos Críticos

Curso de Posgrado - FaMAF

Profesor : Dr. Pablo Serra

1^{er} semestre 2011

Programa

1. Termodinámica de sistemas cooperativos

Fenomenología de las transiciones de fase. Repaso de Nociones generales de Termodinámica. Termodinámica de las transiciones de fase, el modelo fenomenológico de Van der Waals para gases no ideales. Termodinámica de sistemas magnéticos. El modelo fenomenológico de Curie-Weiss. Definición de exponentes críticos, caracterización de transiciones de fase continuas por exponentes críticos. Desigualdades termodinámicas entre exponentes críticos. Descripción cualitativa de puntos multicríticos.

2. Modelos y Soluciones Exactas en $d = 1, 2$

Breve repaso de mecánica estadística. El rol de los modelos. Modelos continuos: generalidades. El gas de Tonk, deducción de Orsntein de la ecuación de Van der Waals. Modelos definidos sobre redes: el modelo de Heisenberg de Ferromagnetismo, origen electrostático del Hamiltoniano de Heisenberg. El modelo de Heisenberg anisotrópico, casos particulares: $X - Y$ e Ising. Modelos equivalentes al modelo de Ising: el gas de red y la aleación binaria. Otros modelos de interes: el modelo de Blume-Emery-Griffiths y de Blume-Capel, el modelo n -vectorial y su relación con otros modelos.

El modelo de Ising: magnetización espontanea y quiebre de simetría. Existencia del límite termodinámico. Diagramas de fase a temperatura nula, generalidades. Solucion exacta del modelo de Ising para la cadena lineal (condiciones de contorno libres en $d=1$ a campo nulo). Función correlación de pares, longitud de correlación. La matriz de transferencia, solución exacta del modelo de Ising unidimensional con campo externo y condiciones periódicas de contorno, (continuación:) la magnetización y la función correlación de pares. No existencia de transición de fase en sistemas unidimensionales. Generalización de la matriz de transferencia a sistemas quasi-bidimensionales. Uso de simetrías en el cálculo de los autovalores de la matriz de transferencia, ejemplo: sistemas invariantes ante inversión de spines y rotación discreta. Breve análisis de la solución exacta del modelo de Ising bidimensional a campo nulo. Escaleo para sistemas finitos.

3. Expansiones en Serie

Generalidades. Expansiones de alta temperatura, ejemplo: el modelo de Ising en la red cuadrada. Evaluación de T_c y exponentes críticos: el método de la razón. Expansiones para bajas temperaturas, transformación de dualidad, temperatura crítica exacta del modelo de Ising en la red cuadrada (autodual). Relación triangulo-estrella, la temperatura crítica exacta del modelo de Ising en las redes triangular y hexagonal. Relación de la expansión de altas temperaturas de la función partición del modelo ($n \rightarrow 0$)-vectorial con la función gran-partición de un modelo de polímeros.

4. Teorías Clásicas de Fenómenos Críticos

Comentarios generales sobre soluciones *tipo* campo medio. Fundamentación microscópica de la ecuación de Curie-Weiss. La aproximación de Bethe-Peierls. El principio variacional de Gibbs, métodos variacionales: la desigualdad de Bogoliubov; aplicaciones: el modelo de Ising. Aproximación variacional para el modelo de Blume-Capel, diagrama de fases, el punto tricrítico. El modelo de Curie-Weiss. El árbol de Cayley, la red de Bethe. Solución del modelo de Ising ferromagnético como estudio de estabilidad de una relación de recurrencia; obtención de la ecuación de Curie-Weiss como límite de coordinación infinita; exponentes críticos. Teoría fenomenológica de Landau para puntos críticos, generalidades, modelos de Van der Waals y Curie-Weiss como expansiones en potencias del parámetro de orden. Exponentes críticos. Teoría fenomenológica de Landau para puntos tricríticos, exponentes tricríticos clásicos. El criterio de Ginzburg para validez de teorías tipo campo medio, exponentes ν, ν' y η clásicos.

5. Hipótesis de Escala y el Grupo de Renormalización

Funciones homogéneas generalizadas. La energía libre de Landau como Función homogénea generalizada, exponentes críticos clásicos a partir de la forma de escala. La hipótesis de escala para la energía libre, obtención de las leyes de escala. La hipótesis de escala para la magnetización; hipótesis de escala para las correlaciones: exponentes ν y η . La construcción de Kadanoff. El grupo de renormalización, generalidades, puntos fijos y superficies críticas. Estudio de estabilidad de puntos fijos, cálculo de exponentes críticos. Casos particulares: regla de la mayoría y decimación. Aplicaciones al modelo de Ising: decimación en la cadena lineal. Decimación en la red cuadrada. Método de Niemeyer y Van Leeuwen (regla de la mayoría + expansión en cumulantes): el modelo de Ising en la red triangular. Discusión cualitativa de modelos que presentan más de un punto crítico o puntos multicríticos.

Bibliografía

1. E. Stanley, *Introduction to Phase Transition and Critical Phenomena*, Oxford University Press (1971).
2. K. Huang, *Statistical Mechanics*, 2nd ed., John Wiley & Sons (1987).
3. N. Goldenfeld, *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group*, Addison-Wesley (1992).
4. S. Salinas, *Introduction to Statistical Physics*, Springer-Verlag (2001).
5. C.J. Thompson, *Classical Equilibrium Statistical Mechanics*, Clarendon Press (1988).