TÍTULO: Álgebra conmutativa y una introducción a la geometría algebraica			
AÑO: 2019	**CUATRIMESTRE:** 2°	**N° DE CRÉDITOS:** 3	**VIGENCIA:** 3 años
CARGA HORARIA: 60 horas de teoría y 60 horas de práctica.			
CARRERA/S: Doctorado en Matemática			

FUNDAMENTOS

En álgebra conmutativa se estudian los anillos conmutativos, y los ideales y módulos sobre estos. Este estudio fue motivado por los avances de la teoría algebraica de números a fines del siglo XIX y principios del siglo XX. Pero fue la geometría algebraica la que dio su impulso definitivo. La geometría algebraica clásica estudia las variedades definidas como ceros de polinomios sobre cuerpos algebraicamente cerrados. El punto de vista moderno tomado por Zariski, Serre, Grothendieck (y otros) generaliza el concepto de variedades a esquemas (permitiendo reemplazar cuerpos por anillos) y expande las aplicaciones a muchas áreas, como la Teoría de Números, Representaciones, Combinatoria, etc. Cabe mencionar que el enfoque moderno va en paralelo con en el desarrollo del álgebra conmutativa.

OBJETIVOS

El objetivo del curso no sólo es presentar al alumno los conceptos y resultados del álgebra conmutativa, sino también ofrecer una representación geométrica de los mismos. Así por ejemplo, a un anillo A no sólo lo vemos como un anillo abstracto, sino que a sus elementos los vamos a pensar como funciones en un espacio asociado a A. Esto irá forjando las primeras nociones de geometría algebraica. Se espera lograr que el alumno pueda transitar con soltura entre el álgebra y la geometría. Para ello en el curso se trabajará sobre numerosos ejemplos de variedades e ideales en anillos de polinomios. Se hará un particular énfasis en curvas algebraicas.

PROGRAMA

Unidad 1: Anillos y módulos.
Anillos y módulos. Definición de Spec(A). Localización. Anillos de polinomios y de series formales. Anillos y módulos noetherianos, el teorema de la base de Hilbert. Anillos artinianos

Unidad 2: Extensiones de anillos
Extensiones finitas y enteras, y propiedades de morfismos finitos. Clausura integral. Teorema de Normalización de Noether.

Unidad 3: Variedades y el Nullstellensatz
La definición de variedad. El Teorema de los ceros de Hilbert. Topología Zariski en variedades y en Spec(A). Descomposición en componentes irreducibles. Morfismos de variedades.

Unidad 4: Descomposición primaria
Definición de Supp(M) y Ass(M) de un módulo. Ideales primarios. Descomposición primaria. Compatibilidad con localización.

Unidad 5: Anillos de valoración discreta y anillos normales.
Definición de DVR y caracterizaciones. Anillos de valoraciones generales. Anillos normales y relación con anillos de valoración. Sobre la finitud de la normalización. Dominios de Dedekind. Curvas algebraicas

Unidad 6: Teoría de la dimensión
Dimensión combinatoria y grado de trascendencia de dominios íntegros finitos, el Teorema de los ideales principales, el teorema de los primos minimales. Dimensión de variedades. Dimensión de anillos locales, multiplicidad, anillos regulares, singularidades.

PRÁCTICAS

Durante el curso se entregarán hojas de ejercicios semanalmente, para ser trabajadas en el aula y como tarea para el estudiante.

BIBLIOGRAFÍA

M. Reid, Undergraduate Commutative Algebra. Lond. Math. Soc. Student Texts 29.
O. Zariski, Commutative Algebra, Vol I y II. D. Van Nostrand Company, Inc.
M.F. Atiyah & I.G. Macdonald, Introduction to Commutative Algebra. Reverté.

MODALIDAD DE EVALUACIÓN

Resolución de los problemas propuestos semanalmente sobre los contenidos teórico-prácticos desarrollados en la materia.
Aprobación de un exámen final con contenidos teóricos y prácticos.

REQUERIMIENTOS PARA EL CURSADO

Conocimiento de estructuras algebraicas.