



PROGRAMA DE CURSO DE POSGRADO

TÍTULO: Topología Algebraica

CUATRIMESTRE: Segundo

CARGA HORARIA: 60 horas

CARRERA: Doctorado en Matemática

DOCENTE ENCARGADO: María Laura Barberis

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

La Topología Algebraica es una rama de la Matemática que utiliza herramientas algebraicas para el estudio de espacios topológicos. El objetivo es definir invariantes algebraicos que permitan clasificar los espacios topológicos salvo homeomorfismo o, más comúnmente, salvo equivalencia homotópica.

En el curso se estudiarán los grupos de homotopía, en particular el primer grupo de homotopía denominado grupo fundamental. También se estudiarán los grupos de homología, una sucesión de grupos abelianos asociados a cada espacio topológico que se utilizan para la clasificación de dichos espacios.

CONTENIDO

Unidad I. Curvas. Homotopía de curvas. Grupo fundamental. Espacios simplemente conexos. Grupo fundamental de la esfera S^n, n>1. Grupo fundamental de espacios de adjunción.

Unidad II Revestimientos. Levantamiento de curvas y homotopías. Cubrimiento universal. Grupo fundamental y transformaciones de cubrimiento. Existencia.

Unidad III: Homología singular. Simples, Operador de borde, homología singular. Complejos, homomorfismos, sucesiones exactas largas, homomorfismo de conexión, homología relativa.

Unidad IV: Homotopía. Equivalencia homotópica, retractos, retractos de deformación, espacios contráctiles. Teoremas de homotopía y excisión. Equivalencia homotópica. Operador inducido en homología. Axiomas de homología.





Unidad V: Homología de la esfera S^n. Consecuencias. Sucesión de Mayer-Vietoris. Cálculo de la homología de las superficies compactas. Homología del toro y de la botella de Klein. Homología del toro n-dimensional. Grado de una función en la esfera. Propiedades. Teorema de Jordan-Brower.

Unidad VI: Espacios CW-finitos. Espacios de adjunción. Homología de espacios proyectivos. Grado de una función f en la esfera. Propiedades. Campos vectoriales en la esfera. Números de Hurwitz-Radon. Característica de Euler-Poincaré. Espacios proyectivos, toros y sumas conexas.

Unidad VII: Cohomología singular. Ext y Tor. Cálculo en ejemplos. Expresión de la cohomología en términos de la homología. Teorema del coeficiente universal. Propiedades de la cohomología.

Unidad VIII: Diferenciación exterior, cohomología de De Rham. Orientación. Integración. Teorema de Stokes. Teorema de De Rham.

BIBLIOGRAFÍA

- G. Bredon, Topology and Geometry, Springer Verlag, 2002.
- L. Greenberg, Lectures on Algebraic Topology, W. A. Benjamin, 1977.
- A. García, C. Sánchez, Introducción a la Topología Algebraica, FaMAF-UNC, 1994.
- A. Hatcher, Algebraic Topology, Cambridge University Press, 2001.

Prerequisitos: Topología y Estructuras Algebraicas

MODALIDAD DE LA EVALUACIÓN

- Los alumnos deberán presentar a lo largo del cuatrimestre una lista de ejercicios resueltos seleccionados de las guías de trabajos prácticos.
- El examen final constará de una evaluación escrita sobre contenidos prácticos y una evaluación oral sobre contenidos teóricos.