



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**FAMAF**  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EX-2024-00149385- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Geometría Riemanniana	<b>AÑO:</b> 2024
<b>CARACTER:</b> Especialidad	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 5° año 1° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas

#### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

El estudio de estructuras geométricas en una variedad diferenciable (por ejemplo, métricas Riemannianas, estructuras complejas, estructuras simplécticas) tiene gran relevancia dada su conexión con la física teórica. Cuando dichas estructuras poseen muchas simetrías, la variedad puede ser representada como un espacio homogéneo, es decir, un cociente de un grupo de Lie por un subgrupo cerrado.

Los espacios simétricos, que son una clase importante de espacios homogéneos, con una estructura muy rica, constituyen una herramienta fundamental para testear diversas conjeturas en geometría diferencial.

El propósito del curso es que los estudiantes adquieran sólidos conocimientos de la teoría de espacios homogéneos, no sólo en el caso Riemanniano, sino también en el contexto de otras estructuras geométricas. Se desarrollarán ejemplos específicos que permitirán comprender los aspectos fundamentales de la teoría.

#### CONTENIDO

##### Unidad 1

Conexiones afines, paralelismo, geodésicas, grupo de holonomía. Aplicación exponencial, coordenadas normales. Campos de Jacobi, puntos conjugados. Derivada covariante, ecuaciones de estructura de Cartan.

##### Unidad 2

Variedades Riemannianas, conexión de Levi-Civita. Completitud, teorema de Hopf-Rinow, teorema de Hadamard. Estructura del grupo de isometrías de una variedad Riemanniana. Teorema de descomposición de de Rham.

##### Unidad 3

Espacios homogéneos, estructuras geométricas invariantes, conexiones invariantes en espacios homogéneos reductivos. Espacios simétricos, conexión canónica, álgebra de Lie simétrica, teorema de descomposición de un álgebra de Lie simétrica semisimple.

##### Unidad 4

Espacios simétricos Riemannianos, pares simétricos Riemannianos, álgebras de Lie simétricas ortogonales, exponencial y tensor de curvatura. Álgebras de Lie simétricas ortogonales de tipo compacto, no compacto y euclídeo, descomposición de álgebras de Lie simétricas ortogonales, dualidad. Espacios simétricos Riemannianos con grupo de isometrías semisimple, teorema de descomposición de espacios simétricos Riemannianos.

#### BIBLIOGRAFÍA

##### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- M. P. do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhäuser, 1992.
- S. Helgason, Differential Geometry, Lie groups and symmetric spaces, Academic Press, 1978.
- S. Kobayashi & K. Nomizu, Foundations of differential geometry, vol. I & II, Interscience Publishers, 1969.

##### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

EX-2024-00149385- -UNC-ME#FAMAF

- A. L. Besse, Einstein manifolds, Springer-Verlag, 2008.
- S. Kobayashi, Transformation groups in differential geometry, Springer-Verlag, 1995.

### EVALUACIÓN

#### FORMAS DE EVALUACIÓN

Se requerirá la resolución de ejercicios seleccionados en el transcurso del cuatrimestre. Algunos de ellos serán desarrollados por los estudiantes en forma oral. El examen final constará de una parte práctica escrita y una parte teórica oral. En esta última, cada estudiante deberá exponer un tema que le será asignado en la última etapa del cursado.

#### REGULARIDAD

La regularidad se obtiene con un mínimo de 70% de asistencia a las clases teóricas y mediante la resolución de ejercicios que serán asignados durante el cuatrimestre.

#### PROMOCIÓN

No hay régimen de promoción.

### CORRELATIVIDADES

Para cursar: - Geometría Superior. (regularizada)-

tener aprobada: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.

Para rendir:

tener aprobada: Funciones Reales, Geometría Superior, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General.