

EX-2024-00149385- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Grupos de Lie y Álgebras de Lie.	<b>AÑO:</b> 2024
<b>CARACTER:</b> Especialidad	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 5° año 1° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas

### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

#### FUNDAMENTOS

Desde un punto de vista histórico, inicialmente un grupo se pensaba como una familia de transformaciones de un conjunto  $X$  (funciones biyectivas de  $X$ ) la cual tiene la transformación "no hacer nada" (función identidad de  $X$ ), y para cada transformación  $T$  en dicha familia, hay otra transformación en esta última que deshace lo que se puede hacer con  $T$  (la inversa de  $T$ ). Un problema que surge es el de describir las propiedades de un conjunto  $X$  conociendo algunos de sus grupos de Transformaciones. En esta dirección podemos mencionar, por ejemplo, la Teoría de Galois.

Motivado por desarrollar una teoría análoga para ecuaciones diferenciales como lo es la teoría de Galois para las ecuaciones polinomiales, Sophus Lie (1842-1899) gestó la noción de los grupos continuos de transformaciones; hoy conocidos como grupos de Lie, los cuales junto con sus acciones juegan un papel fundamental en el estudio de "problemas con simetrías" en Geometría y Física teórica, sistemas dinámicos lineales, problemas de factorización de matrices, entre otras aplicaciones.

#### OBJETIVOS

Introducir a los estudiantes en los aspectos básicos de la teoría de los grupos y álgebras de Lie, y sentar bases y motivaciones para estudios posteriores relacionados con dicha teoría: geometría homogénea, acciones isométricas, representaciones de grupos reductivos, grupos algebraicos lineales, entre otros. Para hacer esto, se introducirán definiciones y ejemplos básicos de la teoría, y se probarán teoremas fundamentales tales como la correspondencia de álgebras de Lie y grupos de Lie simplemente conexos, homomorfismos continuos de grupos de Lie, Teorema del subgrupo cerrado de Cartan, Criterios de Cartan.

Al finalizar el curso, se espera que los estudiantes dispongan de herramientas que les ayuden a estudiar trabajos especializados que estén relacionados con los temas de la materia como también resolver ejercicios de diversa dificultad donde puedan implementarse los conocimientos impartidos durante el cursado.

### CONTENIDO

#### Unidad I: Grupos de Lie.

Grupos de Lie y sus álgebras de Lie: ejemplos.

Homomorfismos.

Cubrimiento universal de un grupo de Lie.

Subgrupos monoparamétricos de un grupo de Lie y la función exponencial: álgebra de Lie de un subgrupo de Lie.

Homomorfismos continuos.

Subgrupos cerrados de un grupo de Lie.

Representación adjunta: subgrupos normales e Ideales.

#### Unidad II: Acciones de Grupos de Lie y variedades Homogéneas

EX-2024-00149385- -UNC-ME#FAMAF

Submersiones (Repaso). Acciones de Grupos de Lie y funciones equivariantes. Acciones propias. Teorema de la variedad cociente. Espacios homogéneos.

### Unidad III: Álgebras de Lie

Álgebras de Lie solubles: Teorema de Lie.

Álgebras de Lie nilpotentes: Teorema de Engel.

Forma de Killing y Criterios de Cartan. Álgebras de Lie semisimples. Teorema de Levi y Teorema de Malcev. Álgebras de Lie reductivas.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

\*Bibliografía Básica:

[-] Joachim Hilgert and Karl-Hermann Neeb: Structure and Geometry of Lie Groups. Springer. Monographs in Mathematics, Springer New York Dordrecht Heidelberg London (2012)

[-] John M. Lee: Introduction to Smooth Manifolds. Graduate Texts in Mathematics 218, Springer Science+Business Media, New York. Second Edition. (2013)

[-] Frank W. Warner: Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups. Graduate Texts in Mathematics 94, Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH. (1983)

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

[-] William Fulton and Joe Harris: Representation Theory; A First Course. Graduate Texts in Mathematics 129 - Readings in Mathematics. Springer Science+Business Media, Inc. New York. (2004)

[-] Vladimir V. Gorbatsevich, Arkadij L. Onishchik: Lie Groups and Lie Algebras I (Lie Transformation Groups). Encyclopaedia of Mathematical Sciences Volume 20, A. L. Onishchik (Editor). Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1993) Title of the Russian edition: Itogi nauki i tekhniki, Sovremennye problemy matematiki, Fundamental'nye napravleniya, Vol. 20, Gruppy Li i Algebrы Li 1. Publisher VINITI, Moscow 1988.

[-] Brian C. Hall: Lie Groups, Lie Algebras, and Representations; An Elementary Introduction. Graduate Texts in Mathematics 222, Springer Science+Business Media, Switzerland. Second Edition. (2015)

[-] Anthony W. Knap: Lie groups beyond an introduction. Progress in Mathematics 140. Springer Science+Business Media, LLC (Birkhäuser), Boston, Massachusetts (2002)

[-] Arkadij L. Onishchik , Ernest B. Vinberg: Lie Groups and Lie Algebras I (Foundations of Lie Theory). Encyclopaedia of Mathematical Sciences Volume 20, A. L. Onishchik (Editor). Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1993) Title of the Russian edition: Itogi nauki i tekhniki, Sovremennye problemy matematiki, Fundamental'nye napravleniya, Vol. 20, Gruppy Li i Algebrы Li 1. Publisher VINITI, Moscow 1988.

[-] Veeravalli S. Varadarajan: Lie Groups, Lie Algebras, and Their Representations. Graduate Texts in Mathematics 102. Springer Science+Business Media, New York. (1984)

## EVALUACIÓN

### FORMAS DE EVALUACIÓN

Para regularizar: el estudiante deberá entregar periódicamente resoluciones a una lista de ejercicios seleccionados de los seis trabajos prácticos diseñados para la materia.



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**FAMAF**  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EX-2024-00149385- -UNC-ME#FAMAF

### **REGULARIDAD**

El/La estudiante deberá:

cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas, aprobar al menos el 60 % de los Trabajos Prácticos o de Laboratorio.

El examen final constará de una evaluación escrita sobre contenidos teórico-prácticos, y la entrega de una lista de ejercicios sobre los distintos temas involucrados en la materia.

### **PROMOCIÓN**

No se considerará régimen de promoción.

### **CORRELATIVIDADES**

Para cursar tener aprobada: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General, Geometría Superior.

Para rendir tener aprobada: Funciones Reales, Geometría Superior, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, An. Numérico II, Geometría Diferencial, Física General, Geometría Superior.