UNC

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
Facultad de Matemática, Astronomía y Física

PROGRAMA DE CURSO DE POSGRADO

TÍTULO: Superficies mínimas y funciones de variación acotada	
AÑO: 2018	**CUATRIMESTRE:** Primero
CARGA HORARIA: 90hs	**No. DE CRÉDITOS:**
CARRERA/S: Matemática, Física	
DOCENTE ENCARGADO: Joana Isabel Afonso Mourao Terra	

PROGRAMA

El objetivo principal de la asignatura es introducir el problema de encontrar superficies minimales, o sea, las que tengan menor área entre las que cumplen la misma condición de borde. Este problema se conoce como el Problema de Plateau, en honor al físico que se dedicó a hacer experimentos con pompas de jabón. Muchos matemáticos intentaron abordar este problema y, si bien se fueron logrando respuestas parciales, recién en los años 60/70 se pudo estudiar el problema en su máxima generalidad usando métodos de teoría de la medida. El trabajo del matemático italiano De Giorgi fue crucial para alcanzar las respuestas a este problema. Él interpreta una hipersuperficie (paramétrica) como la frontera de un conjunto medible tal que su función característica tiene derivadas (en el sentido de las distribuciones) que son medidas de Radón con variación acotada. Si bien este abordaje permite probar fácilmente la existencia de solución en un sentido débil, luego hay que establecer que la superficie obtenida de esta forma es regular, excepto posiblemente en un conjunto cerrado singular. La existencia de este conjunto singular lleva al estudio de conos singulares minimales, como los establecidos por Simons y Almgren. Por otro lado, si uno interpreta la hipersuperficie como un gráfico, definiendo de esta forma superficies no-paramétricas, esto nos lleva naturalmente a una ecuación diferencial. Para evitar entrar en la teoría de ecuaciones diferenciales, podemos relacionar la ecuación diferencial con un problema de minimización de un funcional de energía sobre las funciones de variación acotada. Finalmente, por un resultado de Miranda, podemos establecer la relación entre superficies paramétricas y no-paramétricas.

El tema de superficies minimales es entonces un área muy rica que se puede abordar desde distintos enfoques, cada uno interesante por sí mismo. Por otro lado, sin necesitar muchos conocimientos previos podemos llegar bastante lejos y entender problemas avanzados de ecuaciones diferenciales y su relación con problemas geométricos clásicos.

Unidad I: Funciones de Variación acotada. Medida de Hausdorff. Superficies paramétricas. Conjuntos de Caccioppoli.

Unidad II: Traza de funciones de variación acotada. La frontera reducida de un conjunto de Caccioppoli. Regularidad de la frontera reducida.

Unidad III: Aproximación de conjuntos minimales. Regularidad de superficies mínimas. Teorema de De Giorgi.

Unidad IV: Existencia de conos minimales. Variaciones del funcional de área.

Unidad V: Superficies no paramétricas. Soluciones clásicas de la ecuación de superficies mínimas. Estimaciones del gradiente.

Unidad VI: Métodos directos para encontrar solución. Cálculo de variaciones.

Unidad VII: Otra definición de superficie no paramétrica. El problema de Bernstein. Conexiones con una conjetura de De Giorgi.

BIBLIOGRAFÍA

Giusti, Minimal Surfaces and Functions of Bounded Variation, 1984.
Wheeden-Zygmund, Measure and Integral, 1977
Brézis, Análisis Funcional, 1984
Evans, Partial Differential Equations, 1998

MODALIDAD DE LA EVALUACIÓN

Los alumnos deberán aprobar 2 (dos) exámenes, uno a mitad del cuatrimestre y uno al final para regularizar la materia. A la vez, rendirán un examen final mediante una exposición oral al finalizar la materia (o en algunas de las correspondientes fechas de finales) sobre los contenidos de la misma y, además, sobre algún tema complementario al curso.