

## Corriente alterna

### 1. ANÁLISIS DE IMPEDANCIAS Y ÁNGULOS DE FASE EN CIRCUITOS, RL Y RLC SERIE.

#### *Inductor o bobina*

Un inductor o bobina es un elemento que se opone a los cambios de variación de corriente en un circuito. Cuando circula por una bobina una corriente  $i$  variable con el tiempo (generada por una fuente de tensión alterna, figura 1), la ecuación correspondiente puede escribirse:

$$-L \frac{di}{dt} + V_0 \text{sen}(\omega t) = 0$$

Integrando esta ecuación obtenemos  $i$  en función del tiempo:

$$i_L = -\frac{V_0}{\omega L} \cos(\omega t) = \frac{V_0}{\omega L} \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

La **intensidad**  $i_L$  de la en la bobina **está retrasada 90°** respecto de la diferencia de potencial entre sus extremos  $V_L$ . La relación entre sus amplitudes es:

$$I_L = \frac{V_L}{\omega L}$$

con  $V_L=V_0$ , la amplitud de la *fem* alterna.

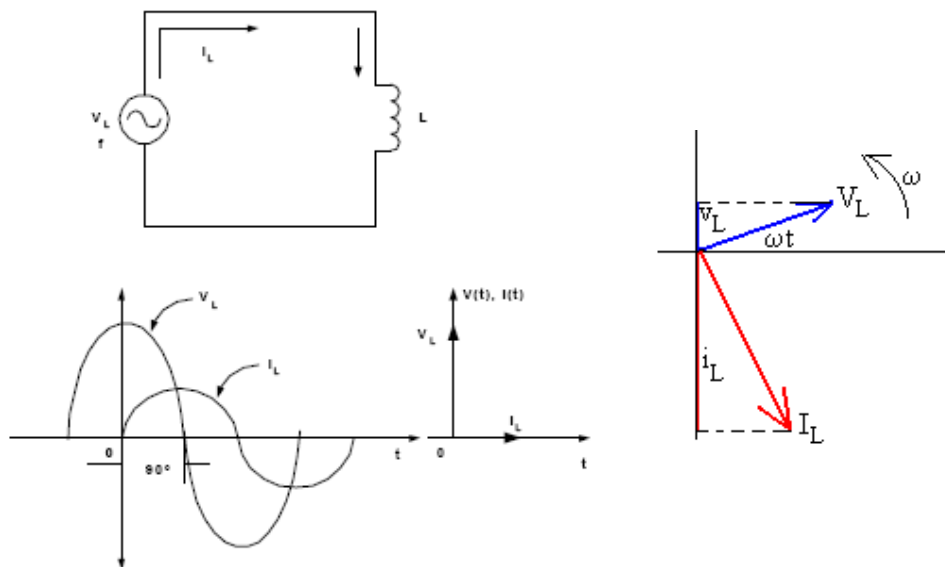


Figura 1: Circuito Inductivo

$f$  es la frecuencia en Hertz (Hz) y  $L$  la inductancia en Henrios (H). El efecto combinado de la frecuencia y la inductancia se denomina reactancia inductiva y mide la oposición que presenta la bobina al paso de la corriente alterna. La reactancia inductiva se designa como  $X_L$ , se mide en ohms [ $\Omega$ ] y se calcula mediante la siguiente fórmula:  $X_L = 2\pi fL$ . Por tanto, la reactancia de una bobina es directamente proporcional a la frecuencia ( $f$ ). A medida que aumenta la frecuencia, aumenta la reactancia y disminuye la corriente, y viceversa. El término  $2\pi f$  se denomina comúnmente *frecuencia angular*, se designa como  $\omega$  y se mide en radianes por segundo (rad/s). La magnitud de la corriente a través de la bobina se puede expresar en términos de  $X_L$  y  $\omega$  así:

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V_L}{\omega L}$$

### ***Circuito LCR en serie***

El circuito que se muestra en la figura 2, el cual está compuesto por una fuente de tensión variable  $V(t)$ , una resistencia  $R$ , un condensador de capacidad  $C$  y una bobina de autoinductancia  $L$ , se denomina circuito *RLC serie*.

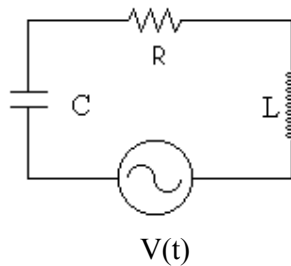


Figura 2

Si al tiempo  $t = 0$  se establece una corriente eléctrica que varía con el tiempo  $i(t)$ . De acuerdo a la segunda ley de Kirchhoff resulta que:

$$V - L \frac{di}{dt} = i(t)R + \frac{Q(t)}{C}$$

Si la fuente de la figura 2 es una fuente de tensión sinusoidal  $V(t) = V_0 \text{sen}(2\pi f_0 t)$  de frecuencia  $f_0$ , la solución de la ecuación anterior, toma la forma:

$$i(t) = I_0 \text{sen}(2\pi f_0 t + \phi)$$

De aquí puede verse que las diferencias de potencial entre los terminales de cada elemento serán:

$$V_R = V_{0R} \text{sen}(2\pi f_0 t + \phi_R)$$

$$V_L = V_{0L} \text{sen}(2\pi f_0 t + \phi_L)$$

$$V_C = V_{0C} \text{sen}(2\pi f_0 t + \phi_C)$$

Se puede dibujar el diagrama de vectores (figura 3) teniendo en cuenta:

1. que la intensidad que pasa por todos los elementos es la misma,
2. que la suma (vectorial) de las diferencias de potencial entre los extremos de los tres elementos da la diferencia de potencial en el generador de corriente alterna.

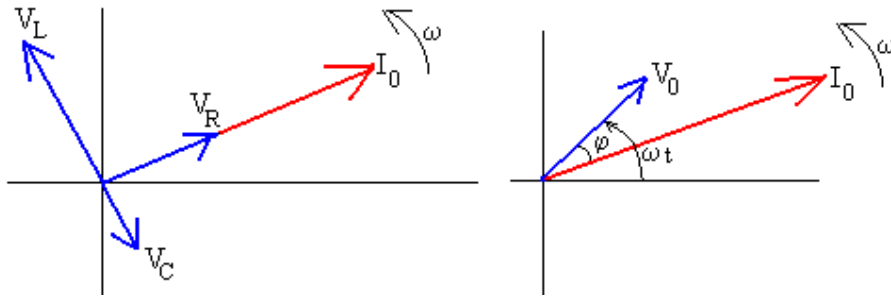


Figura 3: Diagrama vectorial:

El vector resultante de la suma de los tres vectores es

$$V_0 = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = I_0 \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

Se denomina impedancia del circuito al término

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

de modo que se cumpla una relación análoga a la de los circuitos de corriente continua

$$V_0 = I_0 Z$$

El ángulo que forma el vector resultante de longitud  $V_0$  con el vector que representa la intensidad  $I_0$  es

$$\tan \varphi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Las expresiones de la fem y de la intensidad del circuito son:

$$V = V_0 \text{sen}(\omega t) \quad I = I_0 \text{sen}(\omega t - \varphi)$$

## Parámetros de una señal de corriente alterna

Los principales parámetros que caracterizan una señal alterna, de corriente o voltaje, pura (figura 4) son su amplitud, su frecuencia y su fase. Otros parámetros relacionados con la amplitud son el valor instantáneo, el valor pico a pico, el valor promedio y el valor eficaz.

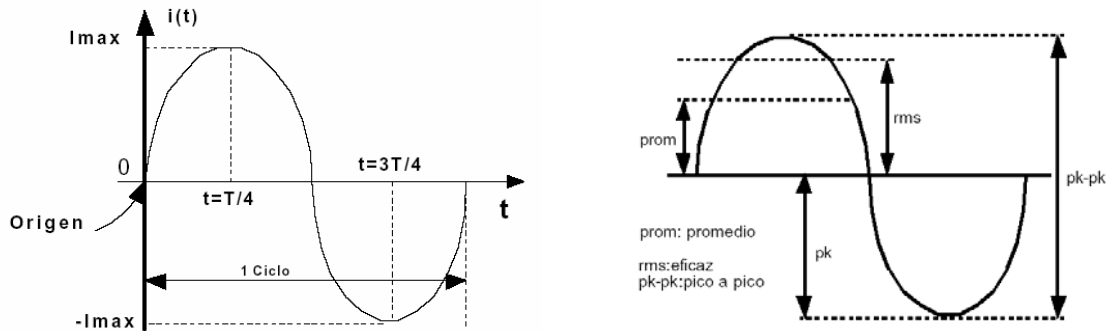


Figura 4: a) Señal de Corriente Alterna Pura b) Valores pico, pico a pico, promedio y eficaz.

La amplitud máxima se denomina también “valor pico” y se refiere al máximo valor positivo o negativo, que alcanza la señal durante un ciclo. El valor pico de una señal de voltaje se mide en Volts (V) y el de una señal de corriente en Amperes (A).

El *valor instantáneo* es el que tiene la señal en cualquier instante de tiempo y se puede expresar en forma general mediante una ecuación del tipo:

$$\text{Valor Instantáneo} = A_0 \cdot \sin(2\pi f t \mp \varphi)$$

En la expresión anterior,  $f$  es la frecuencia de la señal en hertz (Hz),  $t$  es el tiempo en segundos (s) y  $\varphi$  es el ángulo de fase en radianes (rad). Este último especifica el desplazamiento de la forma de onda a la izquierda o a la derecha del origen.

El *valor pico a pico* es numéricamente igual al doble del valor pico y corresponde al medido entre los puntos de amplitud máxima de un ciclo de la señal.

El *Valor promedio* se define como el promedio aritmético de todos los valores que adopta la señal durante un semiciclo y es aproximadamente igual al 63.7% del valor pico. Esto es:

$$\text{Valor pico a pico} = 2 \times \text{Valor pico}$$

$$\text{Valor promedio} \approx 0,637 \times \text{Valor pico}$$

El *valor eficaz* o *rms* (root-mean-square: raíz cuadrática media) de una señal de corriente alterna es el que produce en un elemento resistivo la misma disipación de potencia que una corriente continua de igual valor.

## Actividades

### 1) Circuito RL

El circuito de la figura 5 consiste en dos impedancias  $Z1$  y  $Z2$ , las que pueden ser inductancias, capacitores o resistencias (elementos pasivos), conectadas en serie con una fuente de alimentación de corriente alterna (CA) de tensión  $V_0$ .

Arme el circuito utilizando una inductancia y una resistencia como impedancias (circuito RL), y un generador de onda senoidal de frecuencia variable como fuente de alimentación. Luego de seleccionar frecuencia y tensión de alimentación, mida cuidadosamente con el osciloscopio el valor de la tensión “pico a pico” ( $V_{pp}$ ) en cada elemento del circuito.

Realice las mediciones adicionales que considere necesarias para determinar los ángulos de fase entre la tensión de la fuente y la corriente del circuito, y entre la caída de tensión en cada elemento y la corriente. Con estos datos realice un diagrama vectorial de impedancias del circuito. Repita las mediciones para un valor de frecuencia que difiera al menos 10 veces del anterior.

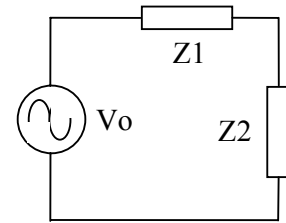


Figura 5

### 2) Circuitos RLC

- i) Analizar el comportamiento de la corriente en un circuito RLC en función del valor de la resistencia.
- ii) Determinar las diferencias de fase relativas entre los elementos del circuito RLC y entre cada elemento y la fuente. Realice el correspondiente diagrama vectorial de impedancias del circuito.

## 2. CIRCUITO RLC SERIE. RESONANCIA.

### Circuito resonante serie

Arme un circuito RLC en serie (figura 6) utilizando preferentemente una resistencia de valor pequeño (no mayor a  $10 \Omega$ ). Antes de encender el generador realice consideraciones sobre las variaciones en la impedancia de carga del circuito al variar la frecuencia. Mida en función de la frecuencia (al menos 20 puntos) los siguientes parámetros:

- a. La tensión ( $V_{pp}$ ) en la resistencia ( $V_R$ ).
- b. La tensión en el capacitor.
- c. La tensión en la inductancia.
- d. La tensión en la fuente de alimentación.
- e. La diferencia de fase entre la corriente y la tensión de la fuente.

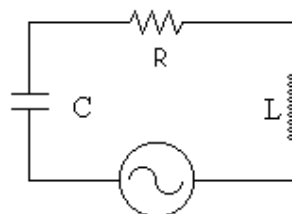


Figura 6

Realice una gráfica donde se superpongan las cinco curvas.

Repita la medición del punto (a) ( $V_R$  vs.  $f$ ) agregando una resistencia de mayor valor (entre  $10k\Omega$  y  $100k\Omega$ ) en serie.

A partir de los resultados contenidos en ambos gráficos elabore conclusiones.

### **3. ANALISIS DE ADMITANCIAS Y CORRIENTES EN CIRCUITOS RESONANTES PARALELO.**

#### ***Circuito RLC Paralelo***

Arme un circuito RLC en conexión paralelo y conéctelo a un generador de tensión alterna de frecuencia variable. Determine la frecuencia de resonancia  $f_0$  del circuito y el intervalo de frecuencia ( $2\Delta f$ ) en el cual se produce un cambio de fase entre la corriente total y la corriente en la resistencia mayor a  $120^\circ$ . Mida la corriente total en función de la frecuencia desde  $f_0 - \Delta f$  hasta  $f_0 + \Delta f$  (al menos 20 puntos).

Realice la medición para dos valores diferentes de resistencia, uno del orden de 10 veces la resistencia asociada a la inductancia, y otra al menos 100 veces mayor. Superponga ambas curvas en un mismo gráfico. Elabore conclusiones.

Para un valor de frecuencia diferente al de resonancia, realice las mediciones que considere necesarias a los fines de elaborar un gráfico vectorial de admitancias.

#### **Consideraciones antes de comenzar a medir**

1. ¿Por qué sugerimos que la resistencia empleada sea al menos 10 veces mayor a la del bobinado de la inductancia? ¿Qué cambios esperaría si esta resistencia no estuviera?
2. ¿Cómo se propone medir la frecuencia de resonancia? Discuta al menos dos posibilidades y elabore un criterio para elegir la que considere más conveniente.
3. ¿Cómo propone medir la diferencia de fase entre la corriente total y la corriente en la resistencia?
4. ¿Qué relación debe existir entre la corriente en la resistencia y la corriente total en resonancia?

### **4. ELEMENTOS CIRCUITALES REALES: ANGULO DE PÉRDIDA Y POTENCIA EN CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA**

A lo largo del curso realizamos diferentes experimentos con elementos circuitales como son las resistencias, bobinas y capacitores. En el caso ideal, cada uno se comporta como resistencia, inductancia y capacidad respectivamente. En este práctico analizaremos en qué medida los elementos en uso se apartan de dicha condición, y utilizaremos los conceptos involucrados para realizar mediciones de R, L y C.

Si un elemento reactivo posee una pérdida asociada a una componente resistiva (caso trivial la bobina: la resistencia del bobinado se suma a la inductancia), la consecuencia es que existirá

potencia disipada por efecto Joule y el ángulo de fase entre la tensión y la corriente en el elemento no será de  $90^\circ$ . El ángulo que define la diferencia entre la fase real y la de  $90^\circ$  se denomina ángulo de pérdida ( $\delta$ ).

Un problema equivalente atañe a la resistencia: la misma puede tener componentes inductivas y/o capacitivas, las que se manifestarán o no según la frecuencia de trabajo.

En los elementos reactivos ideales, la “potencia reactiva” es nula como consecuencia de la diferencia de fase de  $90^\circ$  entre la tensión y la corriente. Sin embargo, debido a la existencia de pérdidas, hablamos de “potencia aparente”, definiendo el “factor de potencia” para cuantificar la pérdida. El mismo es igual a  $\cos\phi = \cos(\pi/2 - \delta)$ .

Elija una resistencia, una bobina y un capacitor (electrolítico). Para cada uno de ellos diseñe un circuito con la finalidad de analizar el ángulo de pérdida en función de la frecuencia en el rango 100Hz – 100kHz. Realice un gráfico de  $\delta$  en función de la frecuencia para cada elemento.

## 5. LÍNEA DE $\lambda/4$ – ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS

La adaptación de las impedancias entre una fuente o generador AC y una carga dada es una premisa fundamental a los fines de garantizar la máxima transferencia de potencia. Tratándose de señales alternas, el “teorema de la potencia” expresa que *la máxima transferencia de potencia de una fuente a una carga ocurre cuando la impedancia de carga es compleja conjugada respecto a la impedancia de salida de la fuente*.

Antes de continuar es muy instructivo demostrar este teorema en el caso CC. Para el dibujo de la figura 7 muestre que la potencia disipada en la resistencia de carga  $R_c$  es máxima si  $R_c$  es igual a  $R_f$ , siendo  $R_f$  la resistencia interna de la fuente (o resistencia *de salida*).

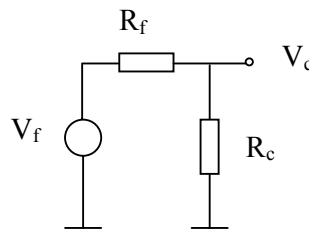


Figura 7.

Ahora considere que tratamos el caso CA y que la impedancia de salida del generador o fuente es compleja tipo inductiva, mientras que la impedancia de carga es compleja tipo capacitiva (figura 8).

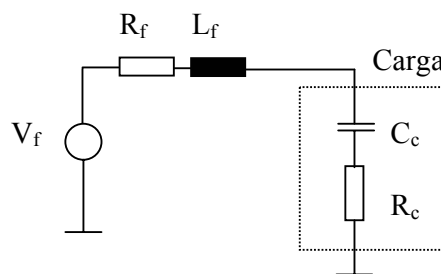


Figura 8.

Evidentemente, a la frecuencia de resonancia las componentes reactivas se cancelan y recuperamos el caso anterior (sólo que ahora tratamos el caso en que la fuente genera una tensión alterna). De manera que en este caso, nuevamente la transferencia de potencia será máxima si las resistencias de la fuente y de carga son iguales. En el caso general, puede requerirse la adaptación entre impedancias de naturaleza más complicada o sin que medie necesariamente una resonancia. Para ello es necesario intercalar entre el generador y la carga una *red de adaptación*. Esta cumple con la finalidad de que la impedancia de carga "se vea" desde la fuente como su compleja conjugada. Existe una gran variedad de redes de adaptación según la función auxiliar que uno requiera de la misma. Un ejemplo es el caso en que la red cumple la función de filtro, el cual puede ser pasa bajo, pasa banda o pasa alto, según permita el paso de bajas, una banda intermedia o altas frecuencias.

Un caso importante de red de adaptación que veremos en el práctico es el de la línea de  $\lambda/4$  o cuarto de onda, la cual puede aproximarse por una red en configuración " $\pi$ ". La característica que define a esta red es que si  $Z_E$  es la impedancia de entrada y  $Z_S$  la impedancia de salida, se cumple que  $Z_E \cdot Z_S = |Z|^2$ , donde  $Z$  es la impedancia característica de los elementos de la red. Esta última expresión sugiere que si la impedancia de entrada es pequeña, la de salida será grande (y vice-versa). En el caso extremo, si  $Z_E = 0$ , entonces  $Z_S = \infty$  y si  $Z_E = \infty$  entonces  $Z_S = 0$ . Analicemos entonces el funcionamiento de una red tipo Pi de tres elementos (figura 9).

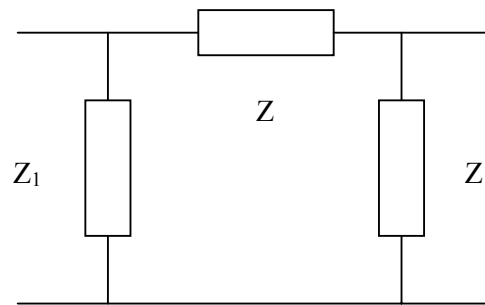


Figura 9.

Interpongamos la red entre una fuente  $V_f$  y una impedancia de carga  $Z_C$  (figura 10).

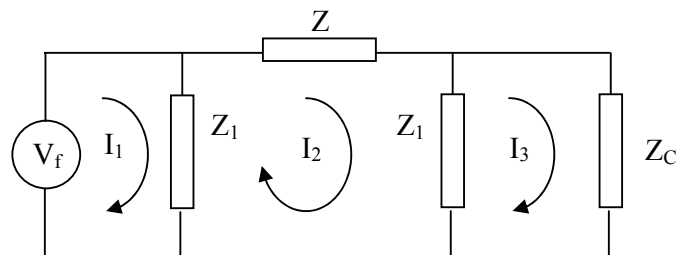


Figura 10.

Utilizando las reglas de Kirchoff:

- $V_f = I_1 Z_1 - I_2 Z_1$
- $I_2(2Z_1 + Z) - I_1 Z_1 - I_3 Z_1 = 0$
- $I_3(Z_1 + Z_C) - I_2 Z_1 = 0$



De donde obtenemos:  $Z_E = V_f/I_1 = [Z_1^2 Z_C + Z Z_1 (Z_1 + Z_C)] / [Z_1^2 + 2Z_1 Z_C + Z(Z_1 + Z_C)]$ .

Si particularizamos al caso en que  $Z$  es una bobina y  $Z_1$  una capacidad:  $Z = j\omega L$  y  $Z_1 = -j/\omega C$ , obtenemos una expresión para  $Z_E$  en términos de  $L$ ,  $C$ ,  $\omega$  y  $Z_C$ . Muestre que en resonancia, esa expresión se reduce a:

$Z_E Z_C = 1/\omega^2 C^2$ . Es decir, a la frecuencia de resonancia esta red se comporta como una línea de cuarto de onda con una impedancia característica  $Z = 1/\omega C$  (lo cual resulta obvio si lo analiza un poco: si la carga tiene impedancia nula, lo que ve la fuente es un circuito resonante LC paralelo a masa, el cual en resonancia presenta impedancia infinita. Al contrario, si eliminamos la carga, o sea que  $Z_C$  es infinita, la fuente ve un LC paralelo a masa, el que en resonancia tiene impedancia nula).

### **Parte 1**

Arme un circuito Pi como el sugerido y utilícelo como adaptador de impedancia para aplicar una señal senoidal a una carga entre 4 y 20 ohms, utilizando la salida de 600 ohms del generador. Sugerencia: use los capacitores de 0,22  $\mu F$  e inductancias entre 1 y 2 mH. Piense como puede determinar si la red de adaptación funciona o no y como cuantificar la calidad de la misma.

### **Parte 2**

Verifique el funcionamiento de la misma red como línea de cuarto de onda. Para ello conecte la red como carga del generador y monitoree la tensión de la fuente con un osciloscopio. Primero haciendo  $Z_C = 0$  (corto), haga un barrido de frecuencia alrededor de la resonancia. Verifique que en resonancia la tensión de la fuente se asemeja a aquella que se observa "en vacío" (es decir sin carga). Luego elimine  $Z_C$  y nuevamente haga un barrido de frecuencia. Verifique ahora que en resonancia la fuente queda expuesta a sobrecarga. A los fines de no dañar el generador evite utilizar la máxima amplitud de salida y/o coloque una resistencia de 100  $\Omega$  en serie entre la salida y la red. Mida las curvas mencionadas y presente los correspondientes gráficos en el informe.