

Programa de Algebra III (1er. Cuatrimestre 2005)

Responsable: Dra. María L. Barberis

Auxiliar: Dr. Jorge Lauret

- 1. Determinantes.** Determinantes de matrices sobre anillos conmutativos. Unicidad y propiedades.
- 2. Polinomios.** Álgebra de polinomios. Algoritmo de división. Ideales. Factorización prima.
- 3. Valores característicos.** Valores y vectores característicos. Polinomio característico y minimal de un operador lineal, relaciones entre ambos. Teorema de Cayley-Hamilton. Operadores diagonalizables, caracterización mediante el polinomio característico y el minimal. Operadores triangularizables, su caracterización mediante el polinomio minimal. Triangulación y diagonalización simultánea de una familia conmutativa de operadores.
- 4. Sumas directas invariantes.** Suma directa de subespacios vectoriales. Proyecciones. Caracterización de la suma directa por medio de las proyecciones. Suma directa de subespacios invariantes por un operador lineal. Teorema de descomposición primaria. Operadores nilpotentes. Descomposición de un operador como suma de uno nilpotente y uno diagonalizable.
- 5. La forma racional y de Jordan.** Subespacios, vectores cíclicos y anuladores de un operador. Propiedades. Matriz compañera de un operador lineal y vectores cíclicos. Subespacios admisibles por un operador lineal, propiedades. Teorema de descomposición cíclica. Forma racional. Forma racional de una matriz nilpotente. La forma de Jordan de una matriz, formas de Jordan elementales.
- 6. Espacios producto interno.** Producto interno, propiedades. Espacios producto interno. Desigualdad de Cauchy-Schwartz. Conjuntos ortogonales de vectores. Proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt. Bases ortonormales. Mejor aproximación de un vector a un subespacio. Complemento ortogonal de un subespacio, propiedades. Proyección ortogonal. Desigualdad de Bessel.
- 7. Funcionales lineales y operadores adjuntos.** Funcionales lineales en espacios producto interno. Realización de una funcional lineal. Adjunto de un operador lineal, existencia y propiedades. Operadores unitarios, propiedades. Matrices unitarias, ortogonales. Matrices unitariamente y ortogonalmente equivalentes.
- 8. Operadores normales.** Operadores normales, propiedades. Operadores autoadjuntos y diagonalización. Diagonalización de operadores normales en espacios complejos. Teorema de descomposición primaria de un operador normal. Operadores normales en espacios reales.
- 9. Formas bilineales.** Formas bilineales, matrices, rango. Formas cuadráticas. Identidad de polarización. Formas bilineales simétricas y antisimétricas.

Bibliografía

K. Hoffman y R. Kunze, Algebra lineal, Prentice Hall, segunda edición (1973).

María L. Barberis