

Elementos de la Teoría de los Fenómenos Críticos

Octubre de 2021

Guía N° 6 - Grupo de renormalización en el espacio real (GR)

Problema 1: *Decimación*

Considere el modelo de Ising unidimensional.

- (a) Calcule usando GR el exponente crítico ν correspondiente a $T = 0$.
- (b) Obtenga las ecuaciones de recurrencia a campo magnético h no nulo y factor de escala $b = 2$.
- (c) Analice el flujo completo en el espacio de los parámetros para $h > 0$.

Ayuda: Exprese las ecuaciones de recurrencia en términos de las variables $u \equiv \tanh 2K$ y $v \equiv \exp -2h$, las cuales mapean el cuadrante $K > 0, h > 0$ en el cuadrado unitario $0 < u < 1, 0 < v < 1$.

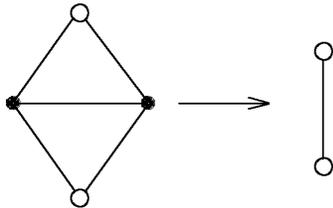
Problema 2: *Aproximación de Migdal-Kadanoff (MK)*

Utilizando la aproximación de MK con $b = 3$ calcule:

- (a) los exponentes críticos del modelo de Ising ferromagnético en $d = 2$ a campo no nulo; compare con los resultados exactos;
- (b) el exponente ν del modelo de Ising antiferromagnético en $d = 2$ (campo nulo); analice el flujo de RG.

Problema 3: *Redes jerárquicas*

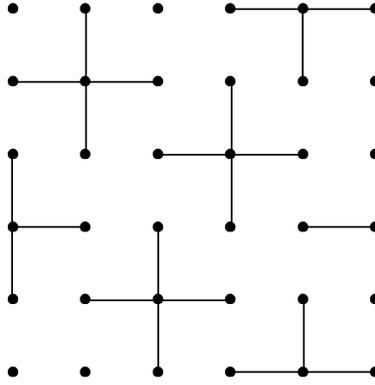
(a) Obtenga la ecuación de recurrencia para el modelo de Ising ferro en la red jerárquica generada por el siguiente cluster:



- (b) Calcule K_c y ν ; compare con los resultados exactos.

Problema 4: Método de Niemeijer y van Leeuwen

Sea el modelo de Ising con interacción entre primeros vecinos y campo externo homogéneo. Utilizando el método de la expansión en cumulantes de Niemeijer y van Leeuwen calcule los exponentes críticos para la red cuadrada, en primer orden, utilizando los bloques de 5 sitios mostrados en la figura abajo. Compare con los exponentes obtenidos por el mismo método aplicado a la red triangular.



Problema 5: Muestre que el punto fijo $K = \infty$, $h = 0$ en el método de Niemeijer y van Leeuwen aplicado al modelo de Ising satisface el criterio de Nienhuis-Nauenberg para puntos fijos de primer orden, tanto para la red triangular con bloques de 3 sitios como para la red cuadrada con bloques de 5 sitios.