

Guía N° 7 - Percolación

Problema 1: *Radio de un s-cluster*

Sea

$$R_s^2 = \langle |\vec{r}_i - \vec{r}_{CM}|^2 \rangle = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s |\vec{r}_i - \vec{r}_{CM}|^2. \quad (1)$$

Muestre que

$$R_s^2 = \frac{1}{2s^2} \sum_{i,j} |\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2, \quad (2)$$

Problema 2: *Percolación de sitios en $d = 1$*

Demostrar que:

(a)

$$\sum_{s=1}^{\infty} n_s = p_c - p$$

(b)

$$\langle s \rangle = \frac{1+p}{1-p}$$

Problema 3: *Percolación de sitios en la red de Bethe*

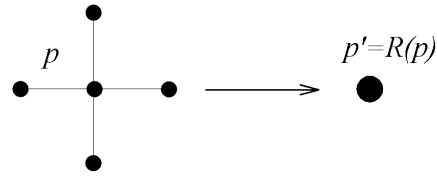
Considere un árbol de Cayley de coordinación z . Muestre que el parámetro de orden P_∞ para el problema de percolación de sitios tiene el comportamiento asintótico

$$P_\infty(p) \sim (p - p_c)$$

para todo valor $z > 2$, cuando $p \sim p_c$.

Problema 4: Grupo de renormalización: regla de la mayoría

Estime el umbral de percolación de sitios para la red cuadrada y el exponente crítico ν utilizando los bloques de Kadanoff de cinco sitios mostrados en la figura.



Problema 5: Tamaño finito

Muestre que la relación de homogeneidad con el tamaño L

$$Q(p, L) = (p - p_c)^x q \left(\frac{L}{\xi_\infty} \right)$$

donde $\xi_\infty \sim |p - p_c|^{-\nu}$, implica que

$$Q(p, L) = L^{-x/\nu} q' \left(\frac{L}{\xi_\infty} \right)$$