

## ÁLGEBRA III - Práctico 7

### Operadores Normales

1. Para cada una de las siguientes matrices simétricas reales  $A$ , hallar una matriz ortogonal real  $P$  tal que  $P^tAP$  sea diagonal.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}.$$

2. Sea  $V = \mathbf{C}^2$  con el producto interno canónico. Sea  $T$  el operador lineal sobre  $V$  representado en la base canónica por la matriz,

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

Demostrar que  $T$  es normal y hallar una base ortogonal de vectores propios de  $T$ .

3. Demostrar que  $T$  es normal si y sólo si  $T = T_1 + iT_2$ , con  $T_1, T_2$  operadores autoadjuntos que conmutan.
4. Probar que si  $T$  es normal y nilpotente entonces  $T$  es el operador nulo.
5. Sea  $T$  un operador normal, demostrar que los vectores propios de  $T$  asociados a valores propios distintos son ortogonales.
6. (\*) Hacer los ejercicios de la sección de operadores normales del Hoffman.