

Matrices de Stokes, colecciones excepcionales y ‘quiver gauge theories’

John Alexander Cruz Morales.
Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada-IMPA*

La conjetura de Dubrovin relaciona la cohomología cuántica de una variedad de Fano X con la categoría derivada de haces coherentes de X . De manera más precisa, establece que la cohomología cuántica (como álgebra) es semisimple si y solo si la categoría (acotada) de haces coherentes admite una colección excepcional. Además, relaciona la matriz de Stokes de la conexión extendida de la variedad de Frobenius asociada con la cohomología cuántica con la matriz de Gramm de la colección excepcional. Esta conjetura ha sido verificada en varios casos, como espacios proyectivos, Grassmanianos y algunos Fanos de dimensión 3 y ha sido extendida para cubrir ‘orbifolds’ (como espacios proyectivos con pesos).

En [2], en un trabajo conjunto con Marius van der Put, damos una nueva prueba de la conjetura de Dubrovin para espacios proyectivos y mostramos como calcular las matrices de Stokes para espacios proyectivos con pesos, así como para hipersuperficies de Fano en espacios proyectivos, ver también [1]. En particular, nuestros cálculos permiten obtener las matrices de las ‘quiver gauge theories’ asociadas a espacios proyectivos con pesos del tipo $\mathbb{P}(1, a, b)$ (a, b números naturales) calculadas previamente via colecciones excepcionales. De esta manera verificamos también la conjetura de Dubrovin para $\mathbb{P}(1, a, b)$. Es de señalar, que los cálculos en [2] permiten una verificación de la conjetura de Dubrovin para espacios proyectivos con pesos generales. De manera independiente, Ueda-Tanabe obtuvieron una prueba de la conjetura de Dubrovin para espacios proyectivos con pesos.

En esta charla, por medio del estudio de un caso particular, a saber $\mathbb{P}(1, 2, 4)$, presentaré el cálculo explícito de la matriz de Stokes para la ecuación diferencial cuántica siguiendo el método utilizado en [2] y mostraré, por medio del cálculo del ‘quiver’ y de la correspondiente matriz para la ‘quiver gauge theory’, la coincidencia de las dos matrices. Al final, si el tiempo lo permite discutiré algunas preguntas abiertas en esta dirección que son de interés tanto para matemáticos como para físicos.

References

- [1] Cruz Morales, J.A. *Topics in quantum differential equations related to mirror symmetry of Fano manifolds..* Ph.D Thesis, Tokyo Metropolitan University, 2013.
- [2] Cruz Morales, J.A and van der Put, M. *Stokes matrices for the quantum differential equations of some Fano varieties.* arXiv:1211.5266.

*Estrada Dona Castorina 110. Rio de Janeiro / Brasil 22460-320. phone: (+55) (21) 2529 5000. email: alekosandro@gmail.com, jacruz@impa.br