Título: Extensiones triviales de biálgebras de Lie

Resumen: Una *biálgebra de Lie* es un triple $(\mathfrak{g}, [-,-], \delta)$ donde $(\mathfrak{g}, [-,-])$ es un álgebra de Lie y $\delta : \mathfrak{g} \to \Lambda^2\mathfrak{g}$ es tal que

- $\delta\colon \mathfrak{g} \to \Lambda^2\mathfrak{g}$ satisface la identidad de co-Jacobi, es decir $\mathrm{Alt}((\delta \otimes \mathrm{id}) \circ \delta) = 0$,
- $\delta\colon \mathfrak{g} \to \Lambda^2\mathfrak{g}$ es un 1-cociclo del complejo del complejo de Chevalley-Eilenberg del álgebra de Lie $(\mathfrak{g}, [-,-])$ a coeficientes en el $\mathfrak{g}$-módulo $\Lambda^2\mathfrak{g}$.

En el caso finito dimensional, $\delta\colon \mathfrak{g} \to \Lambda^2\mathfrak{g}$ satisface co-Jacobi si y solo si el corchete definido por $\delta^*\colon \Lambda^2\mathfrak{g}^* \to \mathfrak{g}^*$ satisface Jacobi. En esta comunicación contaré el siguiente resultado:

Si $\mathfrak{g}$ es un álgebra de Lie con $\mathcal{Z}(\mathfrak{g}) = 0$ y $\Lambda^2(\mathfrak{g})^{\mathfrak{g}} = 0$ (e.g. $\mathfrak{g}$ semisimple, o $\mathfrak{g}$ una subálgebra de Borel de una semisimple), describimos *todas* las posibles estructuras de biálgebra de Lie en $\mathfrak{L} = \mathfrak{g} \times \mathbb{K}$ en términos de estructuras de biálgebra de Lie $\delta_{\mathfrak{g}}$ en $\mathfrak{g}$ (no necesariamente triangulares, ni factorizables) y biderivaciones de $(\mathfrak{g}, [-,-], \delta_{\mathfrak{g}})$, donde por biderivación entendemos una aplicación lineal $D : \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ que es simultáneamente derivación ($D[x,y] = [Dx,y] + [x, D[y]]$) y coderivación ($\delta(Dx) = (1 \otimes D + D \otimes 1)\delta x$). Si además $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}] = \mathfrak{g}$, describimos también todas las posibles estructuras de biálgebra de Lie en $\mathfrak{L} = \mathfrak{g} \times \mathbb{K}^n$. Más precisamente:

Teorema 1 Sea $(\mathfrak{g}, \delta_{\mathfrak{g}})$ una biálgebra de Lie y (V, δ_V) una coálgebra de Lie d-dimensional, V^* el álgebra de Lie dual, sea $\mathbb{D} : V^* \to \mathrm{BiDer}(\mathfrak{g})$ un morfismo de álgebras de Lie. Entonces, la fórmula siguiente define una estructura de biálgebra de Lie en $\mathfrak{L} = \mathfrak{g} \times V$

$$\delta(x+v) = \delta_{\mathfrak{g}}(x) + 2\sum_{i=1}^{d} D_i(x) \wedge t_i + \delta_V(v)$$

donde $x \in \mathfrak{g}$, $v \in V$, $\{t_1, \ldots, t_d\}$ es una base de V, $\{t_1^*, \ldots, t_d^*\}$ es la base dual y $D_i = \mathbb{D}(t_i^*)$.

Teorema 2 Sea $\mathfrak{g}$ un álgebra de Lie que verifica $(\Lambda^2\mathfrak{g})^{\mathfrak{g}} = 0$ y $\mathcal{Z}(\mathfrak{g}) = 0$, y V un espacio vectorial que consideramos como álgebra de Lie abeliana. Si, o bien $\dim V = 1$, o bien $\dim V > 1$ y $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}] = \mathfrak{g}$, entonces *todas* lss estructuras de biálgebra de Lie en $\mathfrak{L} = \mathfrak{g} \times V$ son como en el teorema 1.

En casos interesantes (e.g. soluciones encontradas por Belavin-Drinfeld para $\mathfrak{g}$ simple compleja) damos una caracterización del espacio de biderivaciones.

Estos resultados se basan en un trabajo en colaboración con M. Farinati: *Trivial central extensions of Lie bialgebras*, Journal of Algebra 390 (2013) 56-76.