Física General IV – 2012
Guía N^{o} 1

Problema 1: Encuentre la ecuación de movimiento de una masa m que esta colgada de un resorte de constante k, en un campo gravitatorio de aceleración constante g. Resuelva la ecuación y encuentre la solución para el caso en que la partícula se encuentra inicialmente en la posición de equilibrio del resorte y moviéndose hacia arriba con velocidad v_o.

Problema 2: Todo cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso en régimen laminar experimenta una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad y de sentido contrario a ésta. Suponga que en el caso del problema anterior la fuerza viscosa es $f_v=-\gamma v$ donde γ es una constante. El movimiento resultante se conoce como movimiento armónico amortiguado.

a) Encuentre la ecuación de movimiento de la masa m.

b) Resuelva la ecuación de movimiento en forma genérica. Analice los casos en que $\gamma >=< 2\sqrt{\frac{k}{m}}$

Problema 3: Sea una oscilación amortiguada de frecuencia angular propia ω_0=100 rad/s, y cuya constante de amortiguamiento es γ/m =7.0 (s kg)$^{-1}$.Sabiendo que la partícula parte de la posición x_0 = 5cm con velocidad inicial nula,v_0 = 0, escribir la función posición de la partícula en función del tiempo.

Problema 4: Para mantener el movimiento de cualquier oscilador real es preciso suministrarle energía que contrarreste la pérdida debida a la fricción. En este caso se dice que el oscilador es forzado externamente. Considere una masa m unida al extremo de un resorte de constante k, a un amortiguador de constante de amortiguamiento γ, (equivale a una fuerza viscosa $f_v=-\gamma v$) y sometido a una fuerza armónica aplicada de la forma F= Fo cos (ωt).

a) Encuentre la ecuación de movimiento de la masa m.
b) Resuelva la ecuación de movimiento en forma genérica.
c) Considere el caso más general y encuentre la solución del estado estacionario. Analice las soluciones para los casos $\omega>\omega o$ ($\omega o=\sqrt{k/m}$), $\omega<\omega o$ y $\omega=\omega o$
d) Considere ahora $\gamma=0$ y que $\omega=\omega_o$ donde ωo es la frecuencia natural del sistema Grafique la solución resultante. En este caso el fenómeno se conoce como resonante.

Problema 5: Demuestre que cualquier función de la forma f(kx-ωt) o f(kx+ωt) es solución de la ecuación de onda. Encuentre la relación entre k, ω y la velocidad v de propagación de la onda

Problema 6: Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s.
a) ¿Qué distancia mínima hay en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60º?
b) ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3}s?

Problema 7: Una onda transversal que se propaga en una cuerda, coincidente con el eje X, tiene por expresión matemática: y (x, t)= 2 sen (7t - 4x) , en unidades SI.
Determine:
a) La velocidad de propagación de la onda y la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.

b) El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda.

Problema 8: Calcular la longitud de la onda de una nota musical en el aire y en el agua, sabiendo que tiene una frecuencia de 870 vibraciones/ s y que las velocidades del sonido en estos medios son de 340 m/s y 1435 m/s.

Problema 9: Describa la resultante de la suma de dos ondas de propagación que tienen la misma fase inicial, igual amplitud pero frecuencias diferentes ω_1 y ω_2, tales $\omega_1 \approx \omega_2$ Interprete el resultado

Problema 10: Considere un pulso de la forma

$\left[y(x,t)\right]_{t=0} = \dfrac{C}{2+x^2}$ donde C es una constante

Dibuje el perfil de la onda. Escriba una expresión para la onda que tiene una velocidad v en la dirección negativa de x como función del tiempo t. Si v= 1m/s dibuje el perfil en t=2s

Problema 11: Encuentre las frecuencias de vibración de los modos normales de una cuerda tensa (con sus extremos fijos) que tiene longitud L y en la cual se propagan ondas con velocidad v.

Problema 12: Encuentre el desplazamiento u(x,t) en una cuerda del longitud *l*, fija en sus extremos y que se pone en movimiento al tirar su centro con la forma:

$$u(x,0) = \begin{Bmatrix} Ax & 0 \le x \le l/2 \\ A(l-x) & l/2 \le x \le l \end{Bmatrix} \quad \text{y} \quad \left[\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right]_{t=0} = 0 \text{ para todo x.}$$

Problema 13: Demuestre que la ecuación de onda $a^2 u_{xx} = u_{tt}$ puede escribirse como $u_{\varsigma\eta} = 0$,mediante el cambio de variable $\varsigma = x - at$, $\eta = x + at$. Demuestre que $u(x,t)$ debe ser de la forma $u(x,t) = \phi(\varsigma) + \varphi(\eta)$ donde ϕ y φ son funciones arbitraria.

Problema 14: Considere la ecuación de onda del problema anterior en un medio infinito sujeta a las condiciones iniciales

$u(x,0) = f(x)$ $u_t(x,0) = 0$ para $-\infty < x < \infty$

a. Use la fórmula del problema anterior para demostrar que ϕ y φ deben satisfacer

$$f(x) = \phi(x) + \varphi(x)$$
$$0 = -\varphi_x(x) + \phi_x(x)$$
$$u(x,t) = \frac{1}{2}\left[f(x-at) + f(x+at)\right]$$

b. Haga $f(x) = \begin{Bmatrix} 2 & -1 \le x \le 1 \\ 0 & en\,caso\,contrario \end{Bmatrix}$

demuestre que $f(x-at) = \begin{Bmatrix} 2 & -1+at \le x \le 1+at \\ 0 & en\,caso\,contrario \end{Bmatrix}$ y trace las gráfica de u(x,t) para *t=0. t=1/2a, t=1/a y t=2/a*