

Física General IV – 2012

Guía N° 2

Problema 1: Demostrar que la velocidad de grupo se puede escribir según:

$$v_g = v_\phi - \lambda \frac{dv_\phi}{d\lambda} \quad \text{o bien, según:}$$

$$v_g = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

Problema 2: Dada la relación de dispersión: $\omega = ak^2$, calcular tanto la velocidad de fase como la de grupo.

Problema 3 Una onda lumínica plana de la forma

$$E_z = E_o \cos(\pi 10^{15}(t - x/0.65c))$$

viaja por una pieza de vidrio. Encontrar

- a) la frecuencia de la luz
- b) su longitud de onda
- c) La velocidad de la luz en el medio sabiendo que c es la velocidad de la luz en el vacío.

Problema 4: Demuestra que $E = E_o e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ Satisface la ecuación de onda en tres dimensiones y que representa una onda plana que se propaga en la dirección del vector k .

Problema 5: Mostrar que $\psi(\vec{r}, t) = f(r-vt)/r$ es una solución de la ecuación de onda tridimensional; y que corresponde a una perturbación esférica centrada en el origen que se mueve alejándose del mismo con velocidad v . f es una función arbitraria dos veces diferenciable.

Problema 6: Utilizar la representación compleja para encontrar la resultante de

$$E = E_1 + E_2, \text{ donde: } E_1 = E_0 \cos(kx + \omega t) \text{ y } E_2 = -E_0 \cos(kx - \omega t).$$

Describir la onda compuesta.

Problema 7: El promedio temporal de una función $f(t)$ sobre un intervalo T está dado por:

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(t') dt'$$

donde t' es una variable muda. Si $\tau = 2\pi / \omega$ (período de la onda), mostrar que:

$$\langle \text{sen}^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\langle \text{cos}^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$$

$$\langle \text{sen}(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \text{cos}(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \rangle = 0$$

cuando $T = \tau$ y cuando $T \gg \tau$.

Problema 8: Escribir una expresión para los campos \vec{E} y \vec{B} correspondientes a una onda armónica plana que viaja en la dirección $+z$. La onda se encuentra linealmente polarizada, y su plano de vibración forma un ángulo de 45° con el plano yz .

Problema 9: Considerar una perturbación descrita por la expresión:

$$\vec{E}(z, t) = [\cos(\omega t) \hat{i} + \cos(\omega t - \pi/2) \hat{j}] E_0 \text{sen}(kz)$$

¿Qué tipo de onda es? Trazar un diagrama con las principales características.

Problema 10: Calcular la intensidad de energía (energía por unidad de tiempo y de área) en un movimiento ondulatorio de la forma $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$ ¿Qué ocurre con la intensidad de una onda esférica?

Problema 11: Un láser de 1.0mW tiene un haz cuyo diámetro es de 2mm. Suponiendo despreciable la divergencia del haz, calcular la densidad de energía en el seno del haz láser.

Problema 12: Si la amplitud del campo eléctrico de la luz que se propaga en un vidrio de $n = 1.5$ es 100V/m, cuál es la amplitud de campo magnético? ¿Cuál es la magnitud del vector de Poynting?