MATEMÁTICA II - Fac. Cs. Químicas
PARCIALITO 4 (15/10/10), Comisión 9

Apellido y Nombre:

Problema 1.

Resuelva explícitamente la siguiente ecuación diferencial y verifique que la solución encontrada satisfaga la ecuación original: $y' - 4x^3y = 0$

Problema 2.

Determine implícitamente (sin necesidad de despejar y) la solución de $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{15x^2}{2y + cos(y)}$ que satisface la condición $y(-1) = \pi$.

P1

$$y' - 4x^3 y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = 4x^3 y$$

$$\therefore \int \frac{dy}{y} = \int 4x^3\, dx \qquad \text{sii } y \neq 0$$

$$\ln(|y|) = x^4 + C \qquad \text{con } C \in \mathbb{R}$$

$$\therefore |y| = e^{x^4 + C} = Ae^{x^4} \qquad \text{con } A = e^C > 0$$

despejo el módulo y tengo:

$$y(x) = \pm Ae^{x^4}$$

analizo el caso $y=0$: Si $y=0$, $y'=0$ y reemplazando en la ecuación veo que también es solución. Luego, la incorporo en la solución general permitiendo al prefactor ser 0 también.

$$\Rightarrow \boxed{y(x) = Be^{x^4}} \qquad \text{con } B \in \mathbb{R}$$

verificación:

$$y(x) = Be^{x^4}$$

$$\Rightarrow y'(x) = B\,4x^3 e^{x^4}$$

reemplazando en la ec. original:

$$y' - 4x^3 y = 0$$

$$B\,4x^3 e^{x^4} - 4x^3 B e^{x^4} = 0$$

$$0 = 0$$

vemos que se cumple $\forall x$.

P2 $\qquad \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{15x^2}{2y + \cos(y)} \quad ; \quad y(-1) = \pi$

Nos piden que resolvamos implícitamente porque no vamos a poder despejar y en términos de x. Pero procedemos igual; separando variables e integrando.

$$\Rightarrow \quad [2y + \cos(y)]\, dy = 15x^2\, dx$$

$$\int \left(2y + \cos(y)\right) dy = \int 15x^2\, dx$$

solución implícita para y $\longrightarrow$ $\quad y^2 + \operatorname{sen}(y) = 5x^3 + C \quad$ con $C \in \mathbb{R}$

Ahora, de ~~esta~~ la familia de funciones $y(x)$ que cumplen esta ecuación queremos quedarnos con la que además cumple que $y(-1) = \pi$.

Luego evaluamos, x en (-1) e y en π

$$\pi^2 + \underbrace{\operatorname{sen}(\pi)}_{=0} = 5(-1)^3 + C$$

$$\therefore \quad \pi^2 = -5 + C \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = \pi^2 + 5}$$

la solución que buscamos es entonces

$$\boxed{y^2(x) + \operatorname{sen}(y(x)) = 5x^3 + \pi^2 + 5}$$