Probabilidad y Estadística
Profesorados y Licenciatura en Computación (2012)

Guía N°8: Pruebas de hipótesis basadas en una sola muestra

Ejercicio 1.
Dos empresas distintas desean establecerse en cierta región y brindar servicios de televisión por cable. Se denota por p la proporción de suscriptores potenciales que prefieren la primera empresa sobre la segunda. Se toma una muestra aleatoria de tamaño 25 para probar $H_0 : p = 0,5$ contra $H_a : p \neq 0,5$. Se representa con X el número de suscriptores en la muestra que está a favor de la primera empresa y con x el valor observado de X.
a) ¿Cuál de las siguientes regiones de rechazo es la más adecuada?
$R_1 = \{x : x \leq 7 \text{ o } x \geq 18\}$ $\quad R_2 = \{x : x \leq 8\}$ $\quad R_3 = \{x : x \geq 17\}$
b) ¿Cuál es la distribución de probabilidad del estadístico de prueba X cuando H_0 es verdadera? Utilícela para calcular la probabilidad de error de tipo I
c) Calcule la probabilidad de error de tipo II para la región seleccionada cuando $p = 0,3$, repita lo mismo para $p = 0,4 \quad p = 0,6$ y $p = 0,7$
d) Mediante la región seleccionada ¿qué concluye si 6 de los 25 individuos favoreció a la primera empresa?

Ejercicio 2.
La calibración de una balanza debe ser revisada después de pesar 25 veces un espécimen de prueba de 10 kg. Se supone que los resultados de diferentes pesos son independientes entre sí y que el peso en cada intento está normalmente distribuido con $\sigma = 0,200$ kg. Se representa con μ el verdadero promedio de lectura de peso de la balanza.
a) ¿Qué hipótesis probaría?
b) Se supone que la balanza debe ser revisada si $\bar{x} \leq 9,8968$ o $\bar{x} \geq 10,1032$. ¿Cuál es la probabilidad de que la revisión se realice cuando no sea necesaria?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la revisión se considere innecesaria cuando $\mu = 10,1$? ¿Cuando $\mu = 9,8$?
d) Sea $z = \frac{\bar{x}-10}{\sigma/\sqrt{n}}$. ¿Para qué valor de c es la región de rechazo de la parte b) equivalente a la región bilateral $z \geq c$ o $z \leq -c$?

Ejercicio 3.
Considere que el estadístico de prueba Z tiene distribución normal estándar cuando H_0 es verdadera. Proporcione el nivel de significación para cada una de las siguientes situaciones:
a) $H_a : \mu > \mu_0$, región de rechazo $z \geq 1,88$
b) $H_a : \mu < \mu_0$, región de rechazo $z \leq -2,75$
c) $H_a : \mu \neq \mu_0$, región de rechazo $z \geq 2,88 \quad$ o $\quad z \leq -2,88$

Ejercicio 4.
Se ha determinado el punto de fusión de cada una de las 16 muestras de cierta marca de aceite vegetal hidrogenado, con resultado $\bar{x} = 94,32$. Suponga que la distribución del punto de fusión es normal con $\sigma = 1,20$
a) Pruebe $H_0 : \mu = 95$ contra $H_a : \mu \neq 95$, utilizando una prueba de nivel 0,01 de dos colas.
b) Si se utiliza una prueba de nivel 0,01 ¿cuál es $\beta(94)$, la probabilidad de error de tipo II cuando $\mu = 94$?
c) ¿Qué valor de n es necesario para asegurar que $\beta(94) = 0,1$ cuando $\alpha = 0,01$?

Ejercicio 5.
Se supone que el diámetro promedio real de unas ruedas de cierto tipo es 0,5 pulgadas. Para verificar esto, se hará una prueba t bilateral. ¿Qué conclusión es adecuada en cada uno de los casos siguientes?
a) $n = 13 \;\; t_{obs} = 1,6 \;\; \alpha = 0,05$
b) $n = 13 \;\; t_{obs} = -1,6 \;\; \alpha = 0,05$
c) $n = 25 \;\; t_{obs} = -2,6 \;\; \alpha = 0,01$

Ejercicio 6.
Se realizaron $n = 26$ observaciones de tiempo de escape, en segundos, para trabajadores petroleros, en un ejercicio simulado, a partir de las cuales se calcularon el promedio y la desviación estándar muestrales, que fueron 370,69 y 24,26 respectivamente. Los investigadores suponen que el tiempo real promedio de escape es de 6 minutos a lo sumo. ¿Contradicen los datos esta suposición? Asumiendo normalidad, pruebe las hipótesis apropiadas con un nivel de significación de 0,05.

Ejercicio 7.
La prueba de impacto Charpy de muesca V es la base para estudiar muchos criterios de resistencia de materiales.

Se aplicó esta prueba a una muestra de 42 materiales de una aleación especial a 110^0F. El promedio muestral de expansión lateral transversal se calculó en 73,1 milésimas de pulgada y la desviación estándar muestral fue s = 5,9 milésimas de pulgada . El verdadero promedio de cantidad de expansión debe ser menor de 75 milésimas de pulgada para ser adecuada en cierta aplicación. La aleación no se utilizará a menos que la muestra proporcione fuerte evidencia de que este criterio se ha satisfecho.
a) Pruebe las hipótesis pertinentes empleando $\alpha = 0,01$ para determinar si la aleación es adecuada.
b)Con $\sigma = 5,9$ ¿cuál es la probabilidad de error de tipo II $\beta(\mu')$ de la prueba para la alternativa $\mu' = 70$?

Ejercicio 8.
Se determinó la cantidad de desgaste de un eje, después de un recorrido fijo de millas para cada uno de $n = 8$ motores de combustión interna, que llevan cobre y plomo como material antifricción, resultando $\bar{x} = 3,72$ y $s = 1,25$
a)Se supone que la distribución de desgaste del eje es normal con media μ. Utilice una prueba de hipótesis a nivel 0,05 para probar $H_0 : \mu = 3,50$ contra $H_a : \mu > 3,50$
b) Con $\sigma = 1,25$ ¿cuál es la probabilidad de error de tipo II $\beta(\mu')$ de la prueba para la alternativa $\mu' = 4,00$?

Ejercicio 9:
Una muestra aleatoria de 150 donaciones en un banco de sangre revela que 92 eran de sangre tipo A. ¿Sugiere esto que el porcentaje real de donadores tipo A difiere del porcentaje de la población con sangre tipo A que se considera del 40 %? Haga una prueba de las hipótesis adecuadas, con un nivel de significación de 0,01. ¿Sería distinta su conclusión si se usara un nivel de significación de 0,05?

Ejercicio 10:
Algunos científicos piensan que los robots jugarán un papel esencial en las fábricas, en los próximos 20 años. Supongamos que en un experimento para determinar si es factible el uso de robots para trenzar cables de computadora, se empleó un robot para ensamblar 500 cables. Se examinaron los cables y encontraron 5 defectuosos. Si los ensambladores humanos tienen una tasa de 0,03 (3%), ¿apoya esta información la hipótesis de que la proporción de partes defectuosas es menor para robots que para humanos? Obtenga el valor p y concluya a un nivel de significación de 0,01.

Ejercicio 11:
En un experimento para probar los efectos de hormonas en el crecimiento de ganado para carne, se implantaron 200 mg de progesterona y 20 mg de benzoato de estradiol en el oido externo de 16 terneros seleccionados al azar, cada uno con un peso aproximado de 500 lb. Se encontró que el promedio muestral de peso ganado por día durante cierto número de días fue de 2,72 lb y la desviación estándar muestral de 0,41 lb por día. ¿Sigiere esta información que la media verdadera diaria de ganancia de peso para terneros tratados con el implante de hormonas excede de 2,5? Obtenga el valor p y concluya a un nivel de significación de 0,05.

Ejercicio 12:
Se proporcionan pares de valores p y niveles de significancia α. Para cada par exprece si el valor observado p llevaría al rechazo de H_0 al nivel de significancia dado.
a) valor p=0,084, α=0.05 b) valor p=0,003, α=0,001 c) valor p=0,498, α=0,05
d) valor p=0,084, α=0,10 e) valor p=0,039, α=0,01 f) valor p=0,218, α=0,10.

Ejercicio 13:
Calcular el valor p para una prueba basada en un estadístico z en cada una de las siguientes situaciones y dar una conclusión a un nivel de significación de α=0,05.
a) $H_0 : \mu = 5$ versus $H_a : \mu > 5$
i) $z_{obs} = 1,42$ ii) $z_{obs} = 2,48$
b) $H_0 : \mu = 5$ versus $H_a : \mu < 5$
i) $z_{obs} = -1,96$ ii) $z_{obs} = -0,11$
c) $H_0 : \mu = 5$ versus $H_a : \mu \neq 5$
i) $z_{obs} = 2,10$ ii) $z_{obs} = -1,75$

Ejercicio 14:
Dar el valor p para una prueba basada en un estadístico t en cada una de las siguientes situaciones y dar una conclusión a un nivel de significación de α=0,02.
a) Prueba de cola superior, grados de libertad = 8, $t_{obs} = 2$
b) Prueba de cola inferior, grados de libertad = 11, $t_{obs} = -2,4$
c) Prueba bilateral, grados de libertad = 15, $t_{obs} = -1,6$