Ejemplos.

Crecimiento poblacional

$$\dot{N} = rN$$

incógnita es $N(t)$ $\quad N(t) \geq 0$

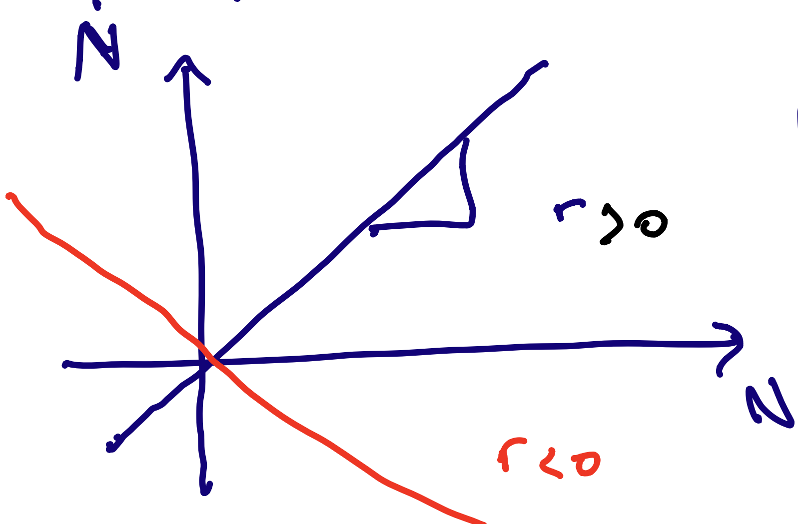
r : razón de crecimiento

$$r = \frac{\dot{N}}{N}$$

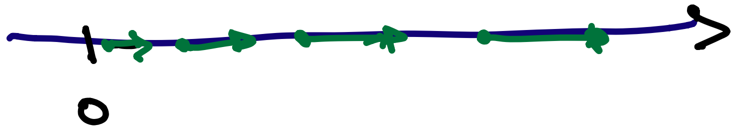
La solución es muy simple

$$N(t) = N_0 e^{rt}$$

N_0 : población en $t=0$

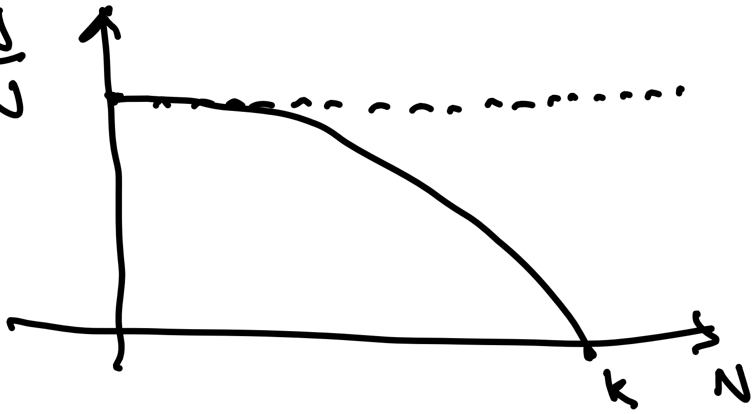


$N_0 e^{rt}$ $\quad r>0$



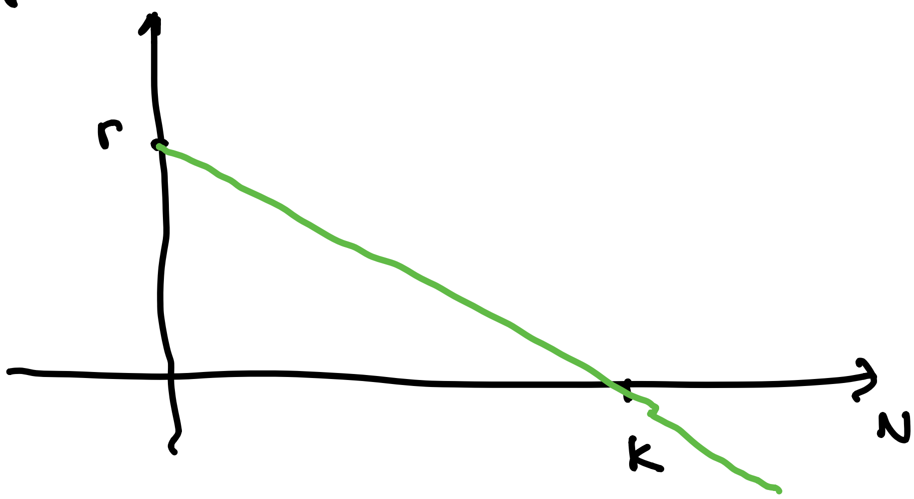
$r > 0$

$r = \frac{\dot{N}}{N}$



si los recursos se agotan

Si suponemos un comportamiento lineal de r



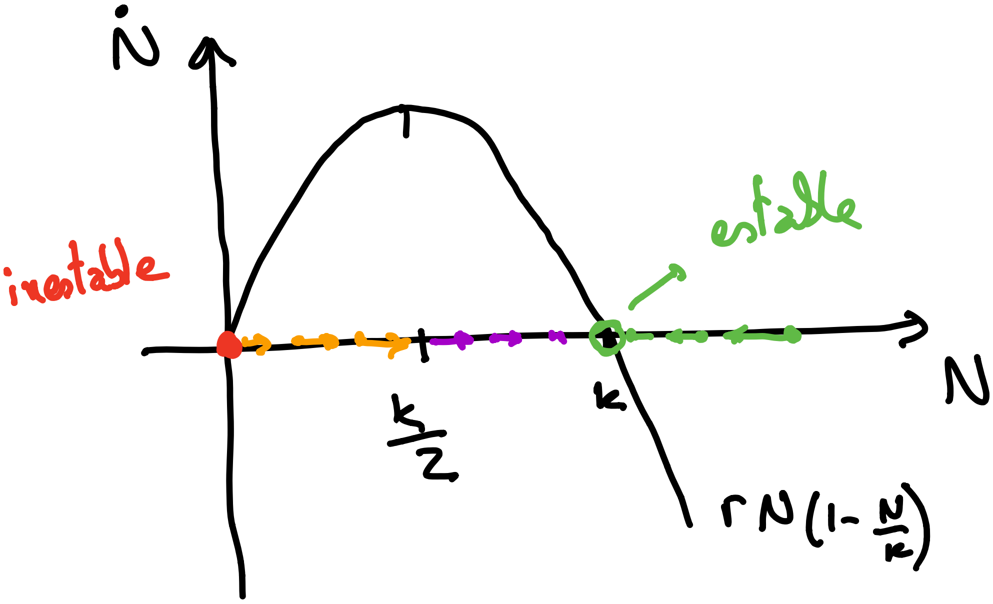
$$r(N) = r\left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

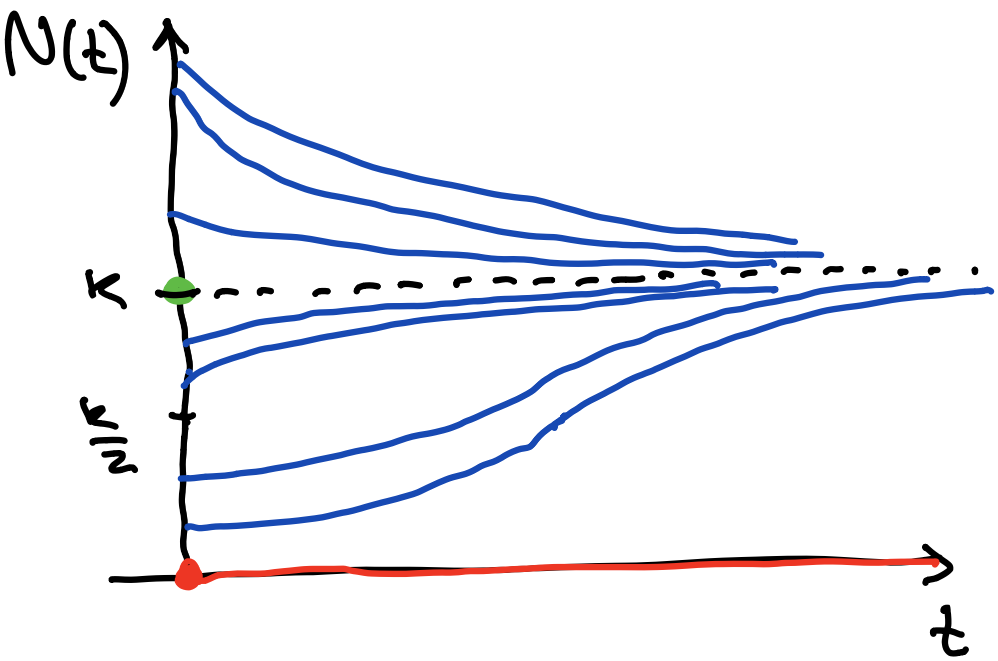
$$\dot{N} = r(N)\,N$$

$$\dot{N} = rN\left(1 - \frac{N}{k}\right)$$

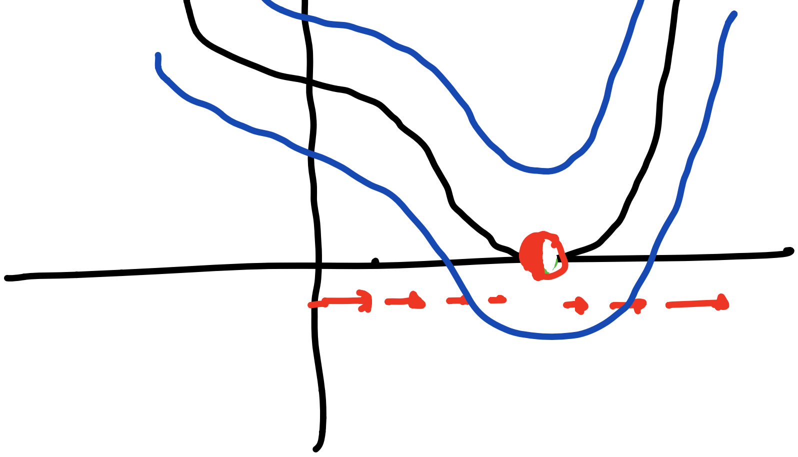
Verhulst 1838

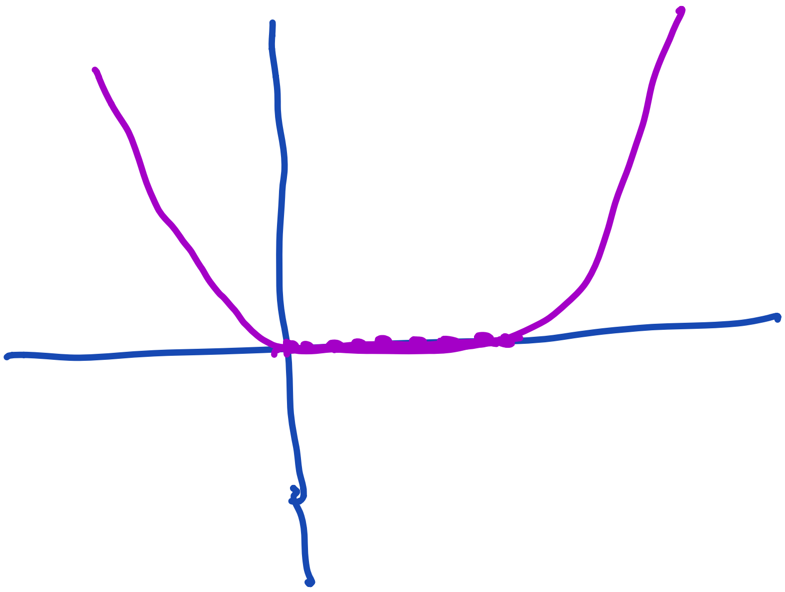
Apliquemos el método geométrico

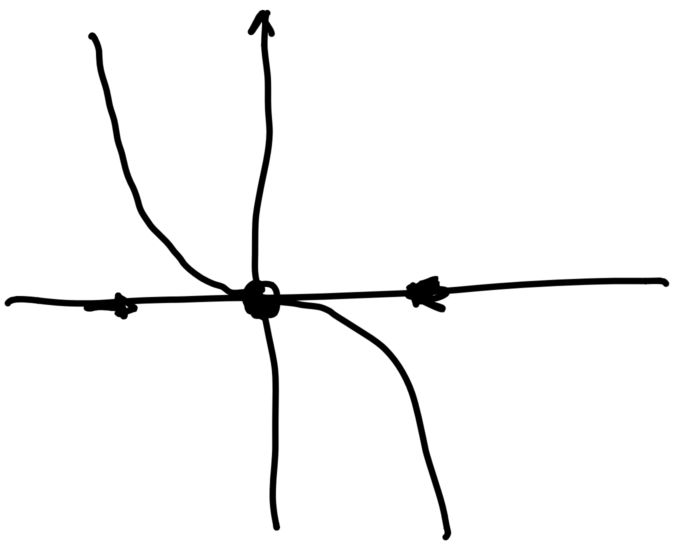




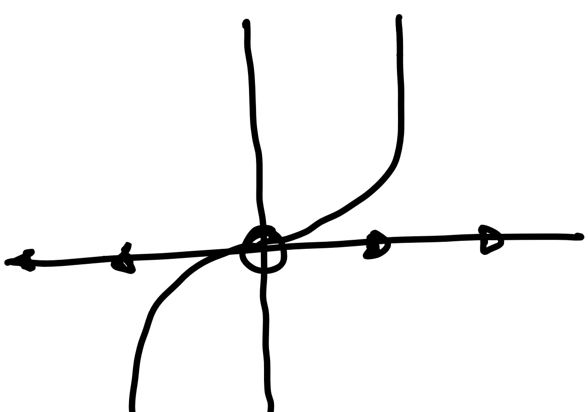
Casos más sofisticados







semi estable



Teorema de existencia y unicidad

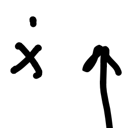
Consideremos el problema de valor inicial

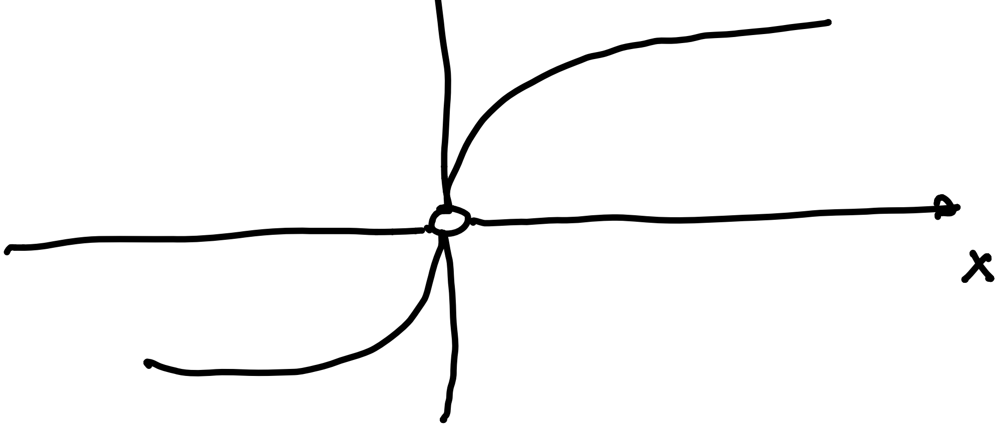
$$\dot{x} = f(x) \qquad x(0) = x_0$$

Supongamos que $f(x)$ y $f'(x)$ son continuas en un intervalo R en el eje x y supongamos que x_0 es un punto de R. Entonces el problema de valor inicial tiene una solución en algun intervalo de tiempo $(-\tau, \tau)$ alrededor de $t=0$, y la solución es única.

Ejemplo.

$$\dot{x} = x^{1/3}$$





termina como ejercicio
y muestra que tiene
más de una solución

Potenciales

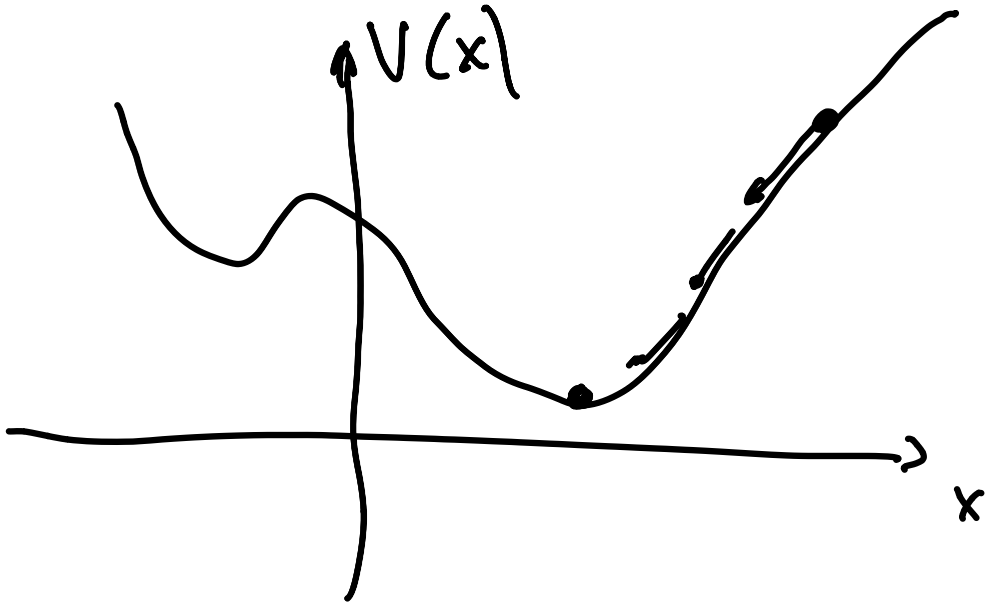
$$f(x) = -\frac{dV(x)}{dx} \qquad V(x(t))$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

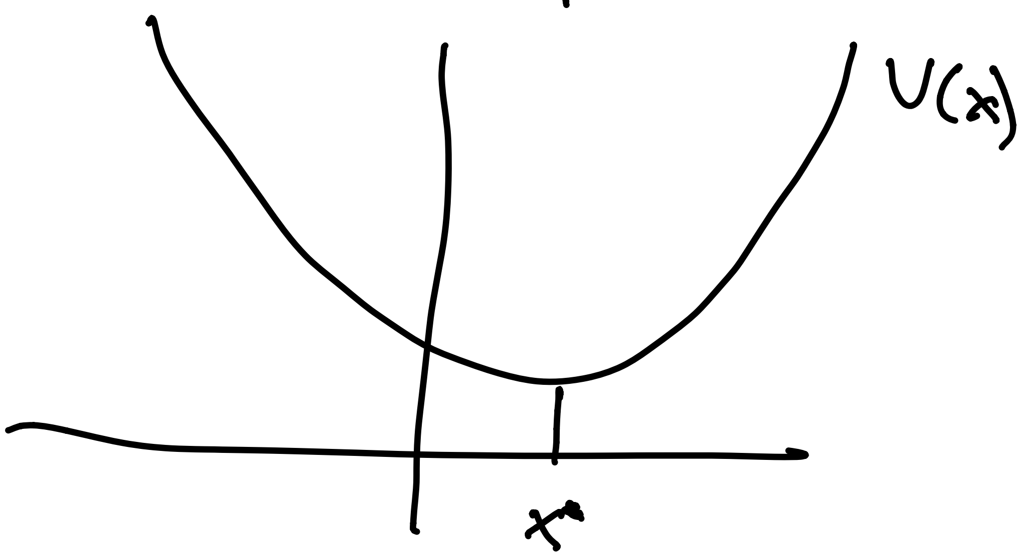
$$f(x) = -\frac{dV}{dx}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \left(-\frac{dV}{dx}\right)$$

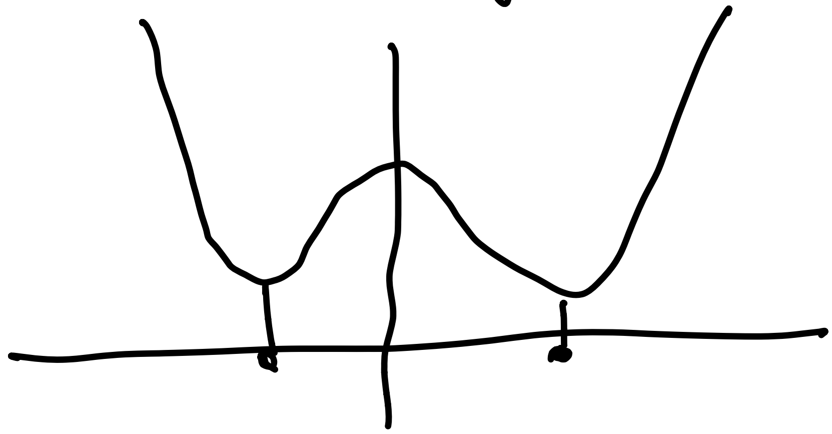
$$= -\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 \leq 0$$



Sistema simple



Mundo Simple



Cerebro o vidrio