Procesos en redes complejas

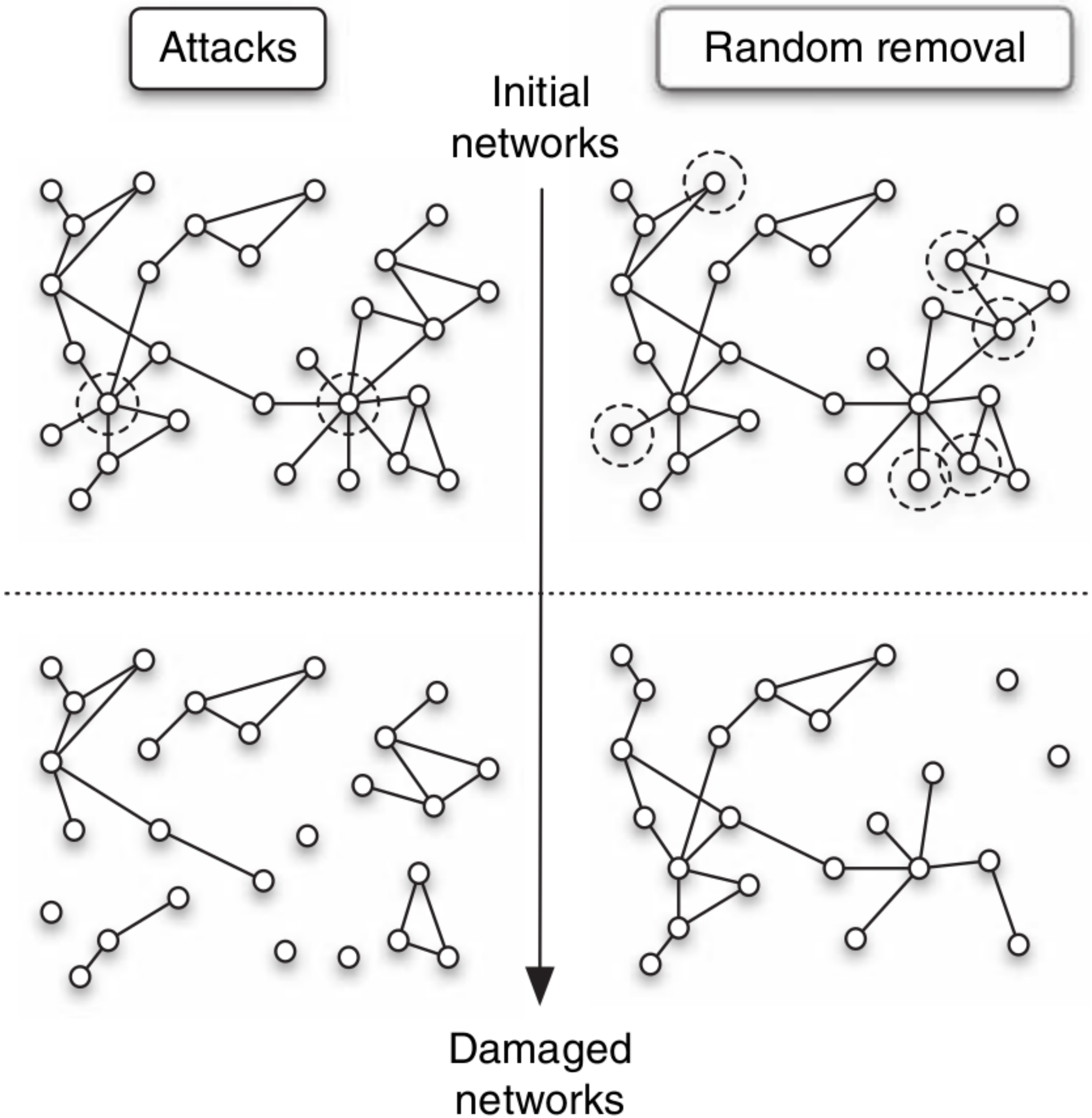
- Como afecta la estructura de una (compleja) red la los procesos de los sistemas (complejos)?
- Como afecta la dinamica de un sistema (complejo) la estructura de una red (compleja)?
- Son los procesos complejos?
- ...

Procesos

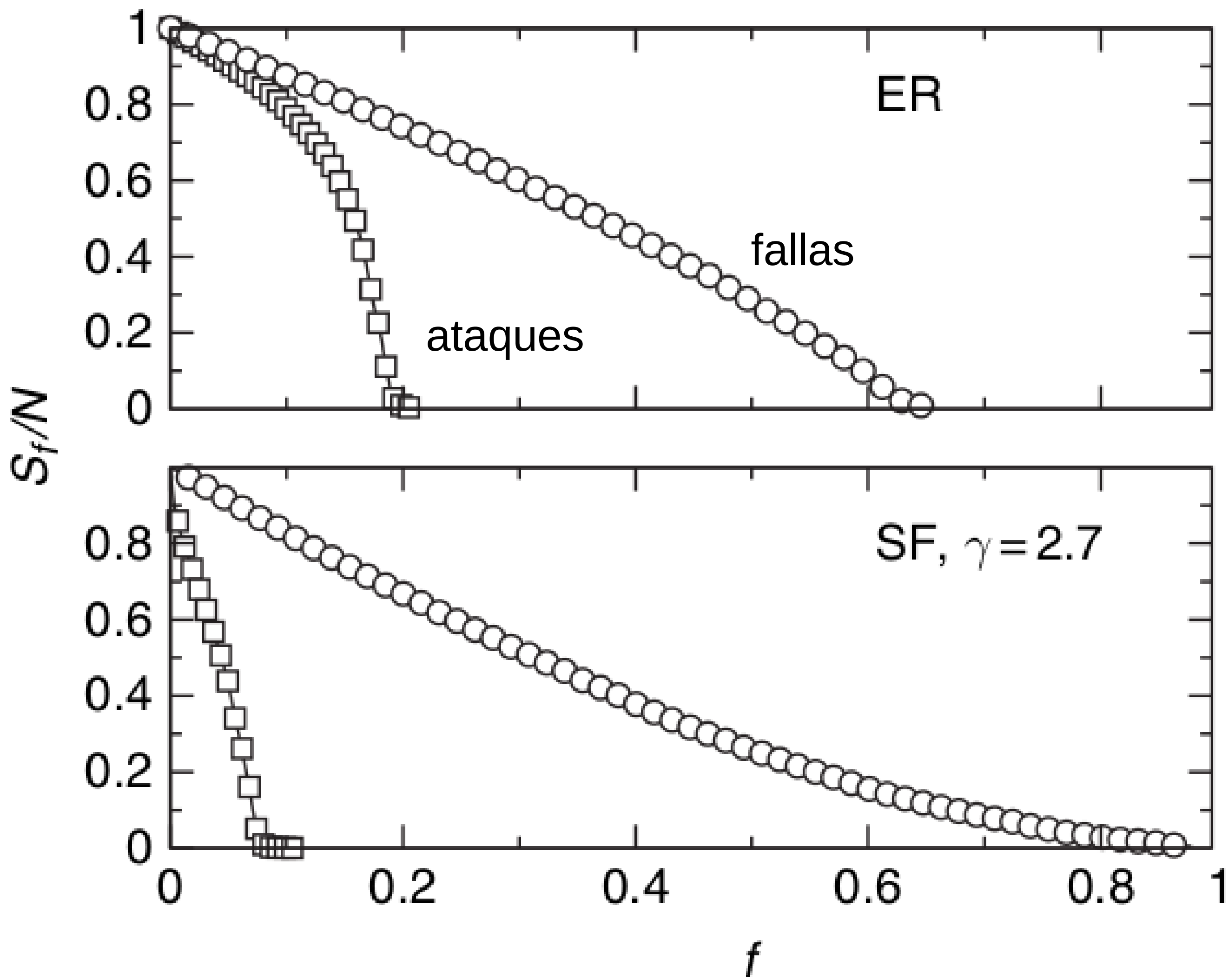
- Percolacion
- Sincronizacion
- Caminatas aleatorias
- Propagacion de epidemias
- Modelos de Ising y relacionados

Percolación

Percolación



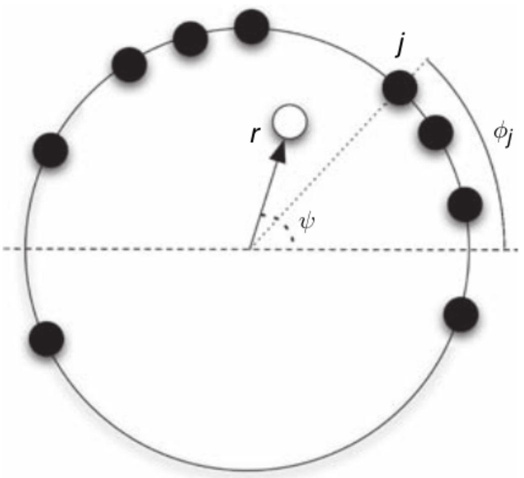
Percolación



Sincronización

Sincronización

fases de los osciladores

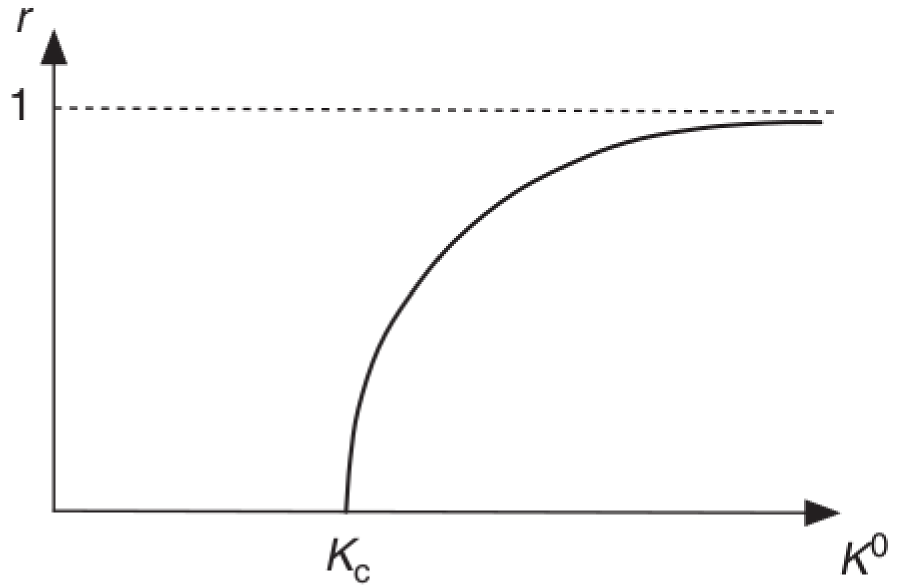


$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega_i + K \sum_{j \in \mathcal{V}(i)} \sin(\phi_i - \phi_j)$$

$$r(t)e^{i\psi(t)} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} e^{i\phi_j(t)}$$

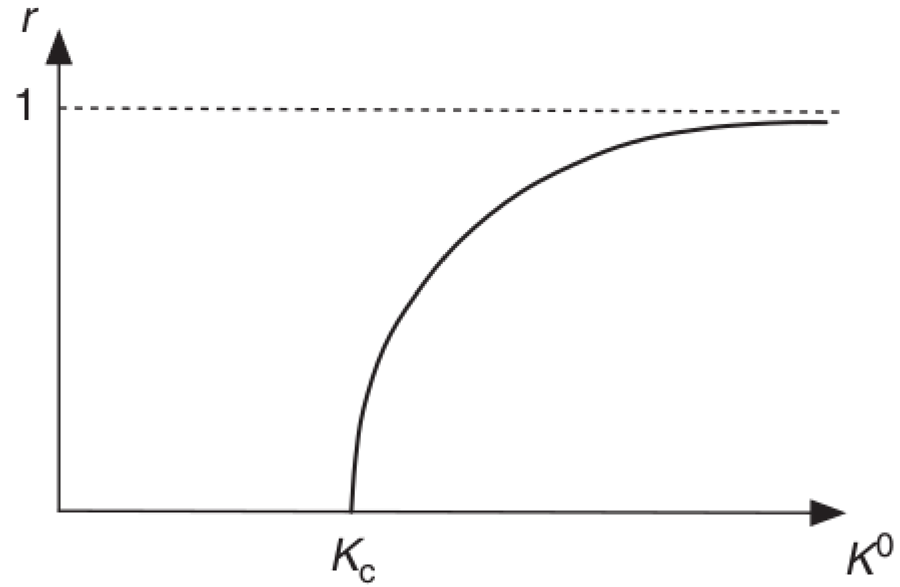
parámetro de orden

Sincronización



$$r = \begin{cases} 0 & K^0 < K_c \\ (K^0 - K_c)^\beta & K^0 \geq K_c \end{cases}$$

Sincronización



MF

$$r = \begin{cases} 0 & K^0 < K_c \\ (K^0 - K_c)^\beta & K^0 \geq K_c \end{cases}$$

$$K_c = c\frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}$$

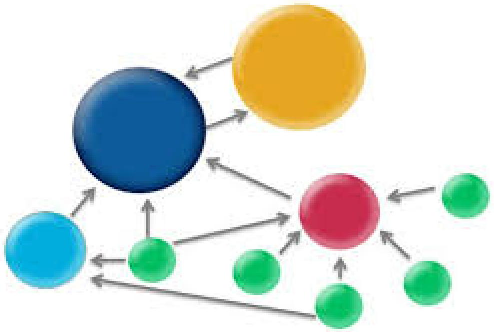
$$\langle k^2 \rangle \sim \langle k \rangle$$ **ER**

$$\langle k^2 \rangle \sim N^{3-\gamma}$$ **SF**

Caminatas aleatorias

Caminatas aleatorias

Page-Rank Google

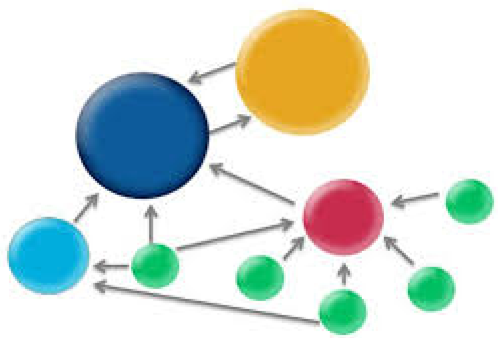


$$P_R(i) = \frac{q}{N} + (1-q)\sum_j x_{ji}\frac{P_R(j)}{k_{\mathrm{out},j}}$$

Probabilidad de que caminante aleatorio surfeando la red visite pagina *i*

Caminatas aleatorias

Page-Rank Google



$$P_R(k_{\rm in}, k_{\rm out}) = \frac{q}{N} + \frac{(1-q)}{N}\frac{k_{\rm in}}{\langle k_{\rm in}\rangle}$$

Probabilidad de que nodo de grados *k_in* y *k_out* sea visitado por el web-surfer

Propagación de epidemias

Propagación de epidemias

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -\beta s x, \qquad s + x = 1$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \beta s x.$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \beta(1 - x)x.$$

Propagación de epidemias

$$\frac{\mathrm{d}\langle s_i \rangle}{\mathrm{d}t} = -\beta \sum_j A_{ij} \langle s_i x_j \rangle$$

...

Propagación de epidemias

$$\frac{\mathrm{d}\langle s_i \rangle}{\mathrm{d}t} = -\beta \sum_j A_{ij} \langle s_i x_j \rangle$$

$$\frac{\mathrm{d}\langle s_i x_j \rangle}{\mathrm{d}t} = \beta \sum_{k(\neq i)} A_{jk} \langle s_i s_j x_k \rangle - \beta \sum_{l(\neq j)} A_{il} \langle x_l s_i x_j \rangle - \beta \langle s_i x_j \rangle$$

...

Propagación de epidemias

$$\langle s_i x_j \rangle \simeq \langle s_i \rangle \langle x_j \rangle$$

Campo medio
(MF)

Propagación de epidemias

$$\langle s_i x_j \rangle \simeq \langle s_i \rangle \langle x_j \rangle$$

Campo medio

$$\langle s_i s_j x_k \rangle = \frac{\langle s_i s_j \rangle \langle s_j x_k \rangle}{\langle s_j \rangle}$$

Aproximación de a pares

...

Propagación de epidemias

$$\langle s_i s_j x_k \rangle = \frac{\langle s_i s_j \rangle \langle s_j x_k \rangle}{\langle s_j \rangle}$$

Aproximación de a pares

...

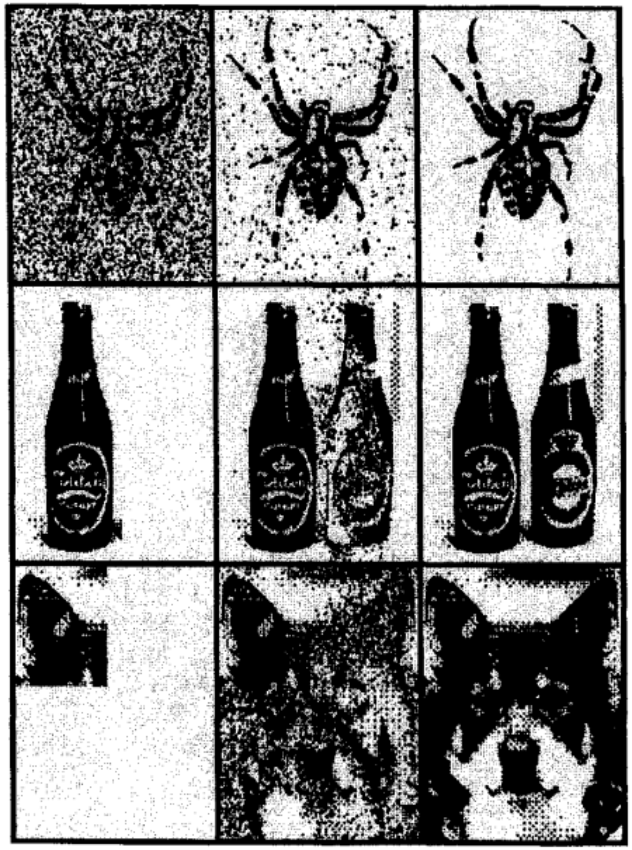
$$\frac{\mathrm{d}\langle s_i x_j \rangle}{\mathrm{d}t} = \beta \frac{\langle s_i s_j \rangle}{\langle s_j \rangle} \sum_{k(\neq i)} A_{jk} \langle s_j x_k \rangle - \beta \frac{\langle s_i x_j \rangle}{\langle s_i \rangle} \sum_{l(\neq j)} A_{il} \langle s_i x_l \rangle - \beta \langle s_i x_j \rangle$$

...

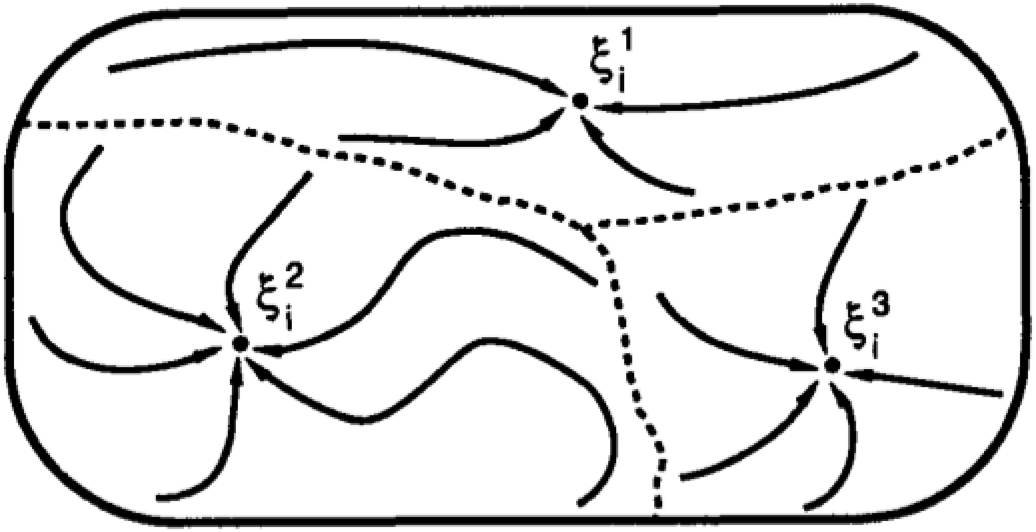
Modelos de Ising y relacionados

Modelos de Ising y relacionados

Modelo de Hopfield

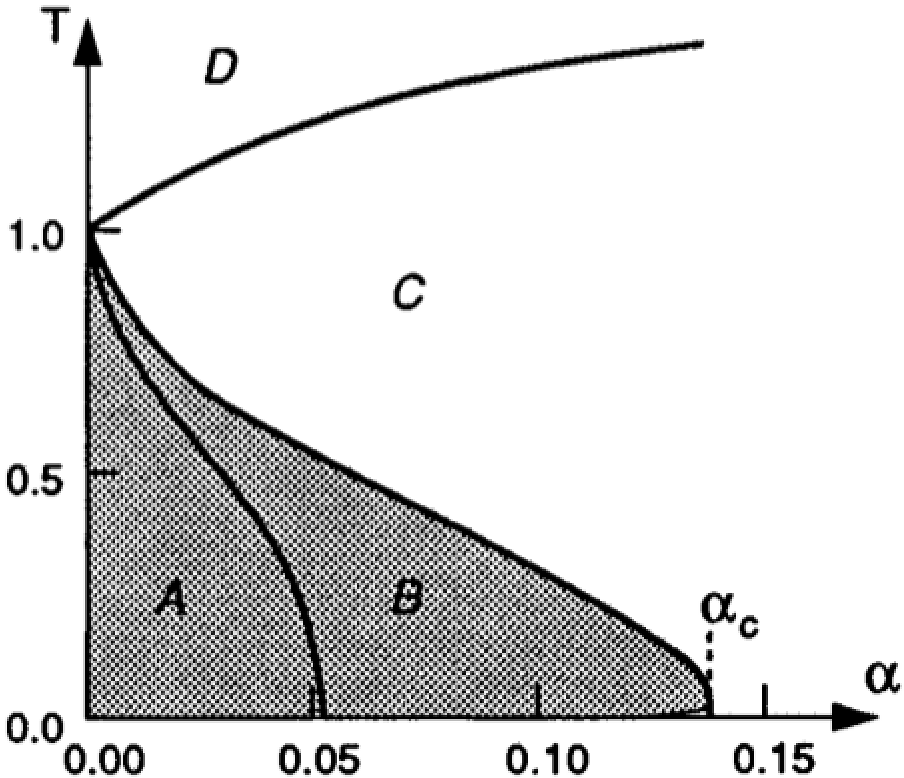


$$H = -\frac{1}{2}\sum_{ij} w_{ij} S_i S_j \qquad w_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{\mu=1}^{p} \xi_i^\mu \xi_j^\mu$$



Modelos de Ising y relacionados

Red totalmente conectada



$$w_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^{p} \xi_i^\mu \xi_j^\mu$$

$$\alpha = p/N$$

$$\alpha_c \approx 0.138$$

“Número” de imágenes almacenadas por sinapsis.

Modelos de Ising y relacionados

Red fuertemente diluida

$$C_{ij} = 0, 1$$

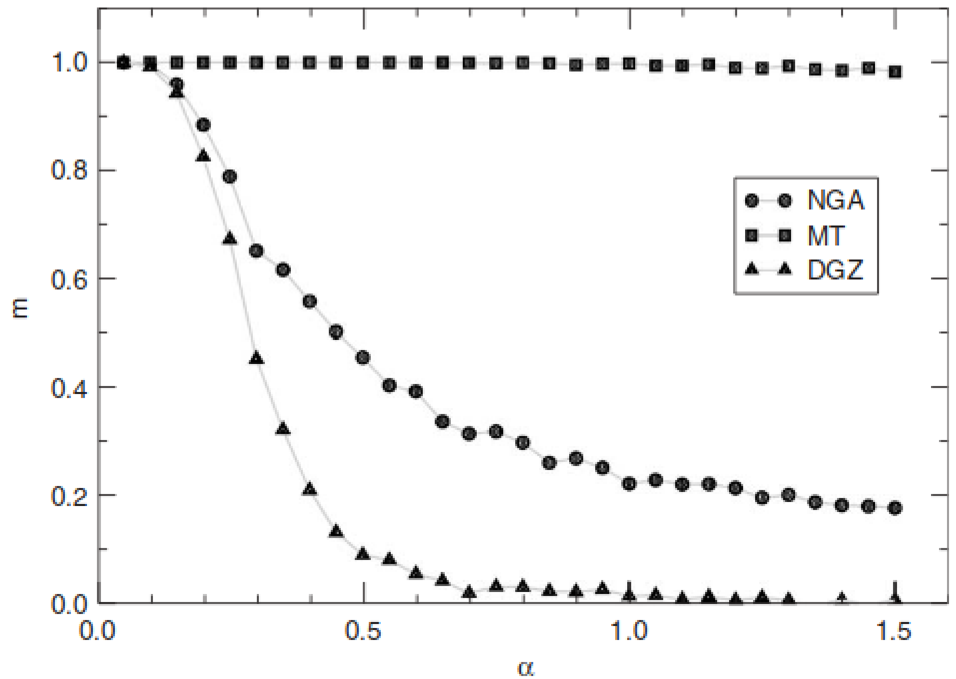
$$w_{ij} = \frac{1}{K} C_{ij} \sum_{\mu} \xi_i^{\mu} \xi_j^{\mu}$$

$$\alpha' = p/K \qquad \alpha = p/N$$

$$\alpha'_c = 2/\pi \qquad K \ll N.$$

Modelos de Ising y relacionados

Red fuertemente diluidas
y
con topologías complejas



Referencias

- Dynamical Processes on Complex Networks
  A. Barrat, M. Barthelemy, A. Vespignani (2008)
- Introduction to the Theory of Neural Computation
  J. Hertz, A. Krogh, R.G. Palmer (1991)