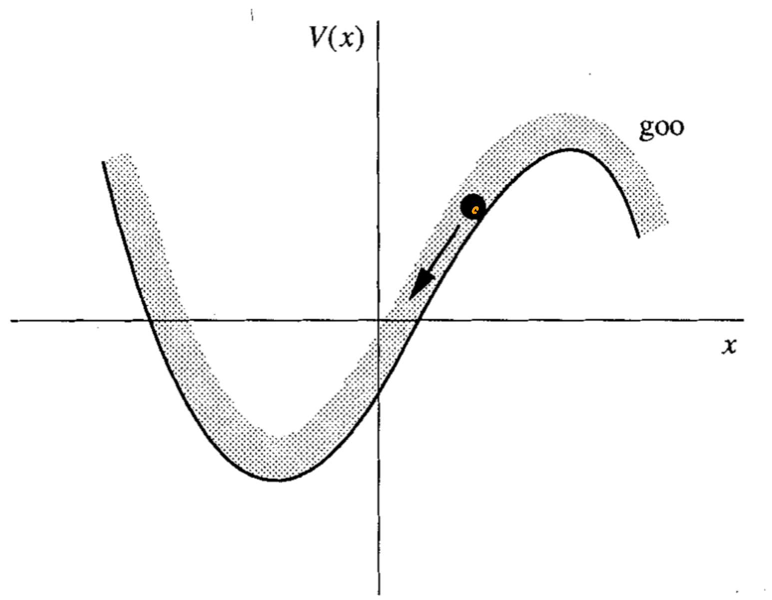
POTENCIALES

$$\dot{x} = f(x) \quad y \quad f(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Si esto se puede hacer, $V(x)$ se llama potencial

Esto se usa para redes neuronales recurrentes (Hopfield, BM y RBM).



partícula en medio muy viscoso

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -f(x)\,\dot{x}$$

$$= -[f(x)]^2 < 0$$

Entonces V decrece en el tiempo. Los puntos críticos de $\dot{x} = f(x)$ son los mínimos de $V(x)$

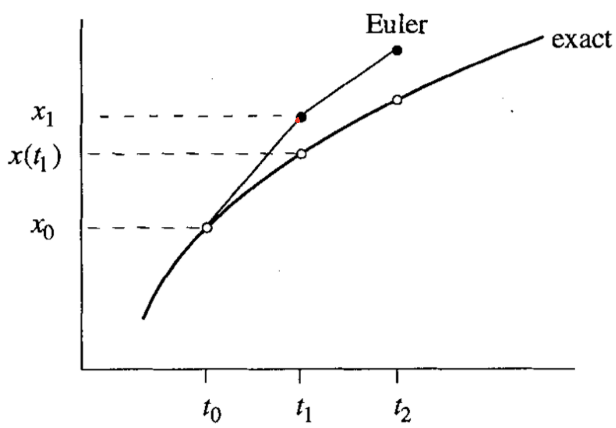
$$\frac{dV}{dx} = 0 \quad y \quad \frac{d^2V}{dx^2} > 0$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dV}{dx}\right) = -\frac{d}{dx}\left(f\right)$$

SOLUCIONES NUMERICAS

Veamos cómo encontrar numéricamente una solución, pero no del problema de conocer los atractores $(t \to \infty)$ de la ecuación diferencial, sino del problema de valor inicial:

$$\dot{x} = f(x) \quad y \quad x(t_0) = x_0$$



$$\dot{x}(\quad = f(x(t_0)) = f(x_0)$$

$$\frac{x(t_0+\Delta t) - x(t_0)}{\Delta t} \approx f(x_0)$$

$$x_0 + \Delta t = x_1$$

$$\frac{x(t_1) - x(t_0)}{\Delta t} \approx f(x_0)$$

$$x(t_1) \approx x(t_0) + \Delta t\, f(x_0)$$

$$t = t_0 \qquad t_n = t_0 + n\,\Delta t$$

Método de Euler

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 = x(t_0) = x_0 \\ \tilde{x}_{n+1} = \tilde{x}_n + f(\tilde{x}_n)\,\Delta t \end{cases}$$

Método de Euler Mejorado

$$\begin{cases} \tilde{x}'_{n+1} = \tilde{x}_n + f(\tilde{x}_n)\,\Delta t \\ \tilde{x}_{n+1} = \tilde{x}_n + \frac{1}{2}\left[f(x_n) + f(\tilde{x}'_{n+1})\right]\Delta t \end{cases}$$

Método Runge Kutta 4to Orden

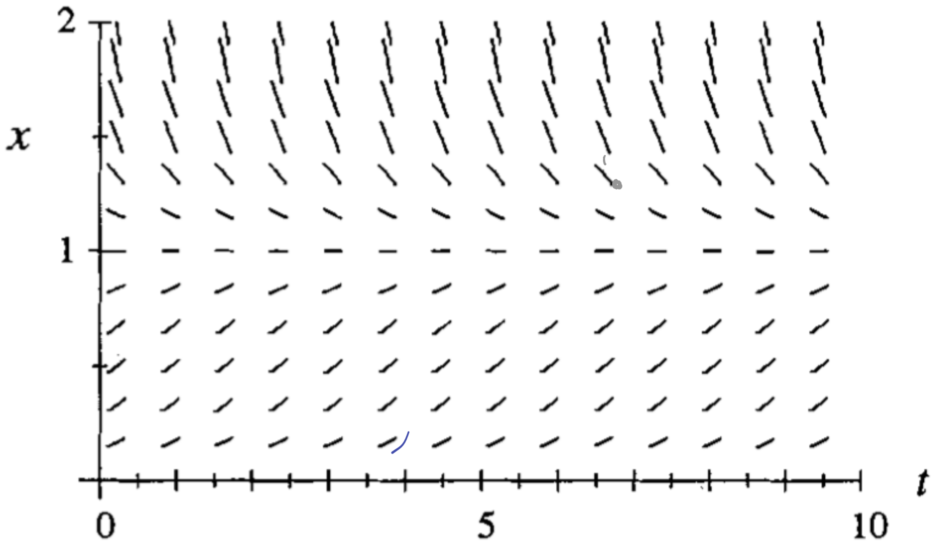
$$\begin{cases} k_1 = f(\tilde{x}_n)\,\Delta t \\ k_2 = f(\tilde{x}_n + \frac{1}{2}k_1)\,\Delta t \\ k_3 = f(\tilde{x}_n + \frac{1}{2}k_2)\,\Delta t \\ k_4 = f(\tilde{x}_n + k_3)\,\Delta t \\ \tilde{x}_{n+1} = \tilde{x}_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases}$$

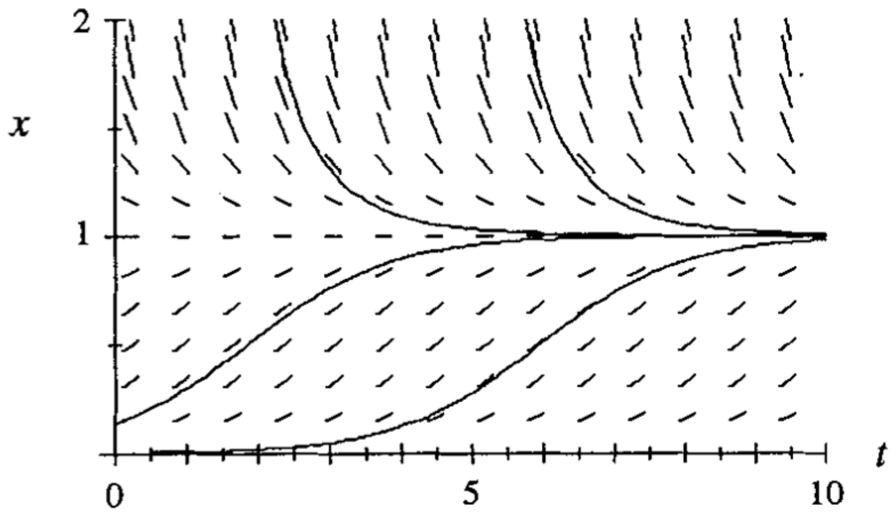
CAMPO DE PENDIENTES

Ejemplo: $\dot{x} = x(1-x)$

$x^* = 0$

$x^* = 1$





CONTINUA → PARTE 2

FIN PARTE 1