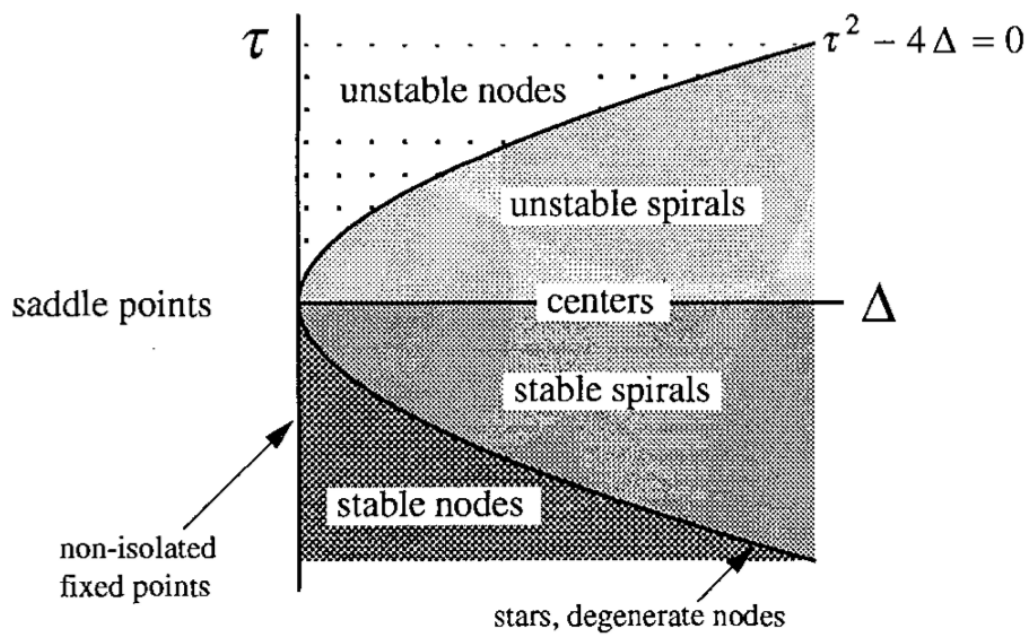




$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta} \right), \quad \Delta = \lambda_1 \lambda_2, \quad \tau = \lambda_1 + \lambda_2.$$

EJEMPLO 1

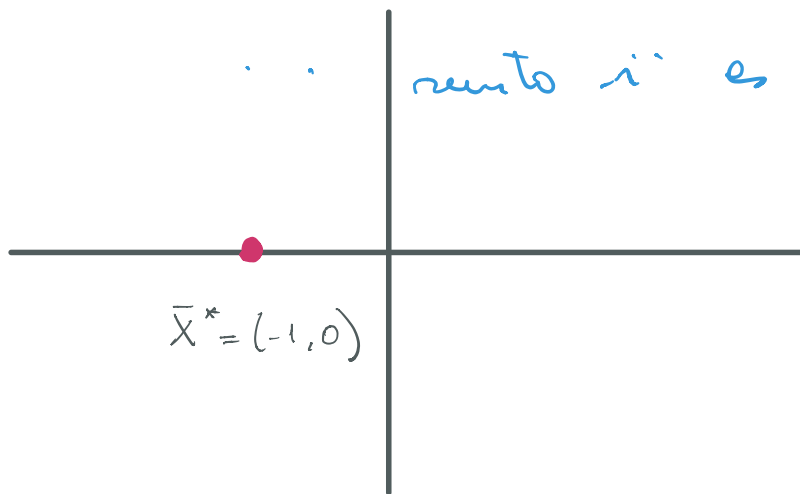
$$\dot{x} = x$$

$$\dot{y} = -$$

Punto fijo : luego el único $\dot{y} = 0$ es

$$(x^*, y^*) = (-1, 0)$$

$$y = 0 \Rightarrow x + e^{-y} = x + 1 = 0$$

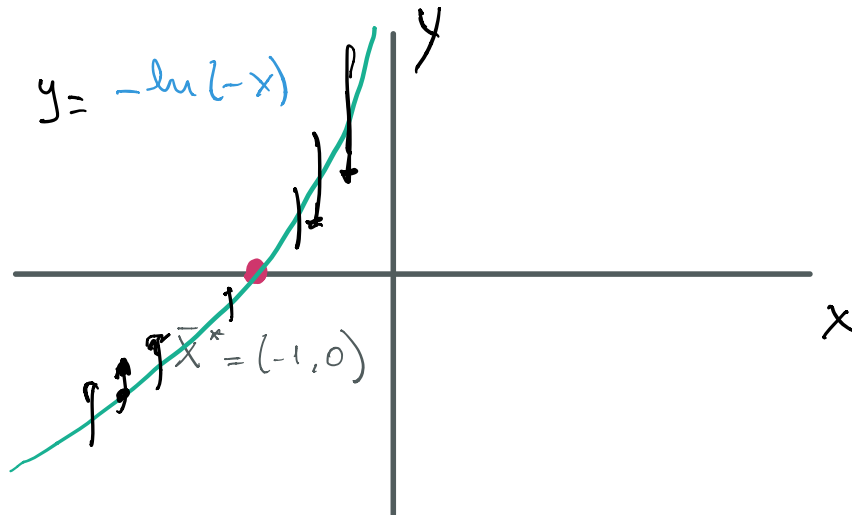


Nullclines : curvas $\dot{x} = 0$ o $\dot{y} = 0$

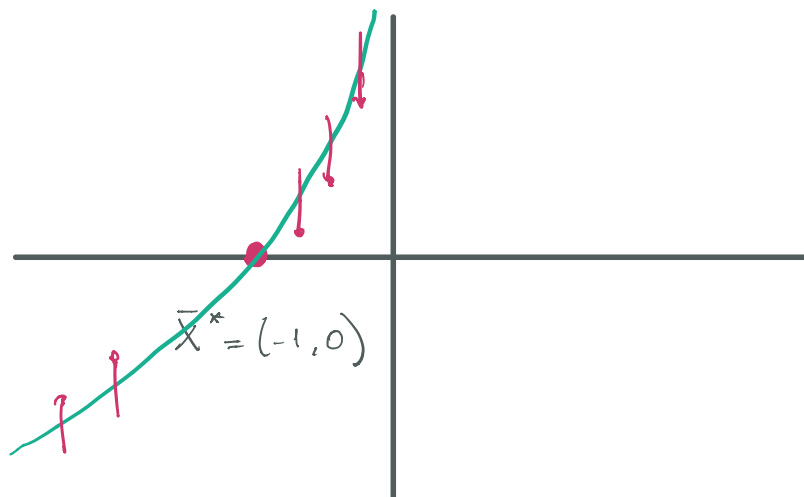
$$\dot{x} = 0 \Rightarrow x = -e^{-y}$$

$$\ln(-x) = \ln(e^{-y}) = -y$$

$$y = -\ln(-x)$$

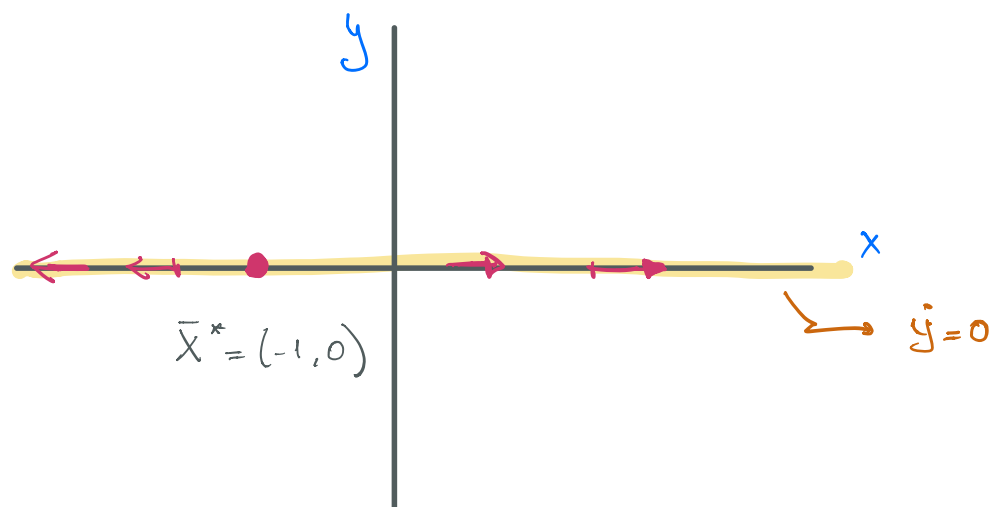


Sobre esta curva el flujo es vertical pues $\dot{x} = 0$



La otra curva nuldine es

$$\dot{y} = 0 \Rightarrow y = 0$$



Juntando

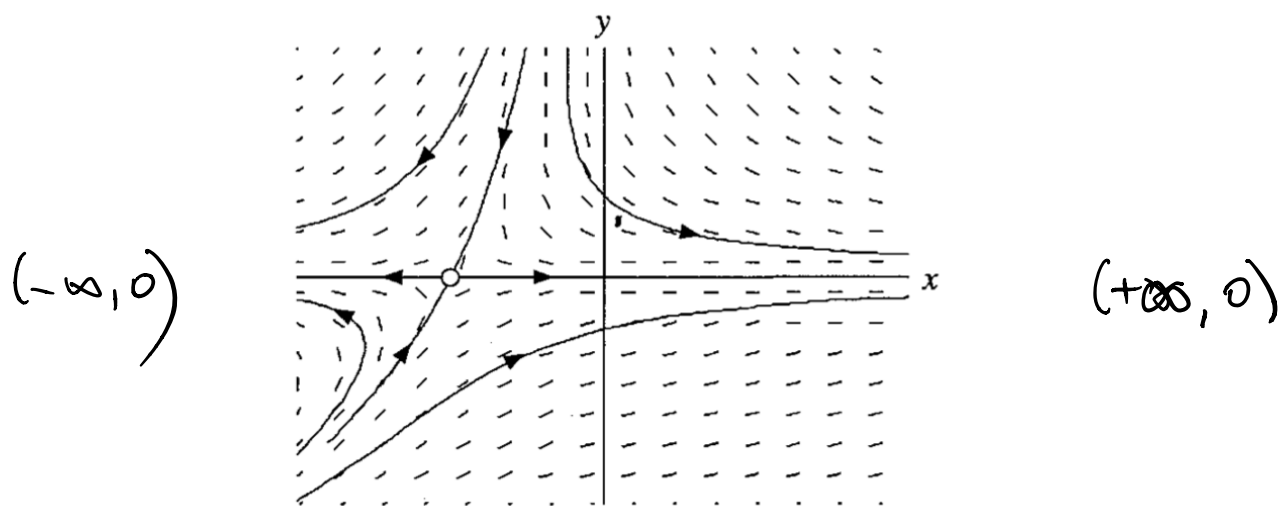
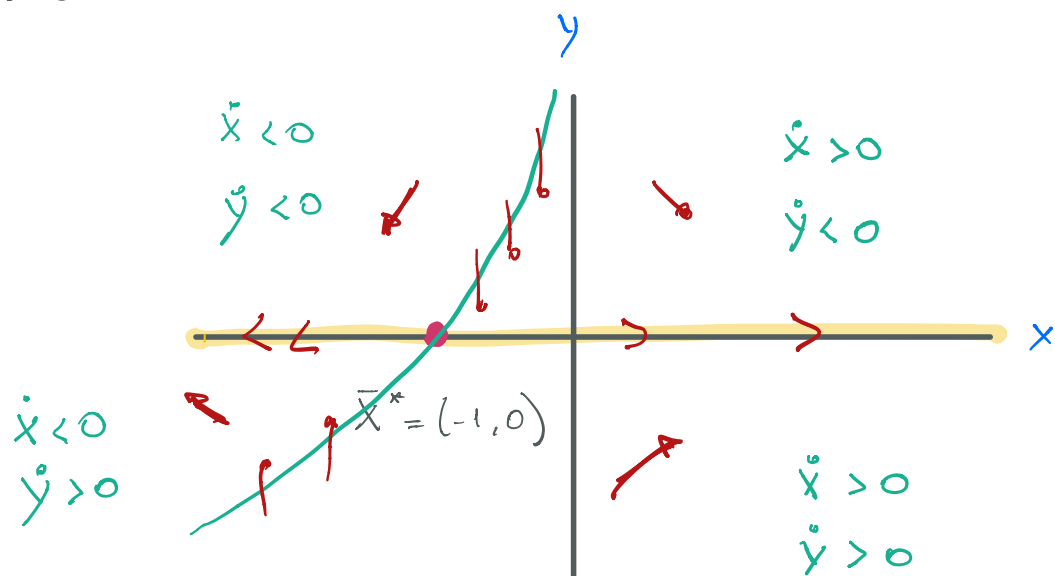


Diagrama de campo

Teorema de existencia y unicidad

Consideremos el problema de valor inicial

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}) \quad \bar{x}(0) = \bar{x}$$

Supongamos que f y g , que forman $\bar{f}$:

$$\bar{f} = \begin{bmatrix} f_1(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) \\ \vdots \\ f_N(\bar{x}) \end{bmatrix}$$

son continuas y todas sus derivadas parciales $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ ($i=1,2,\dots,N$) son también continuas en un entorno abierto

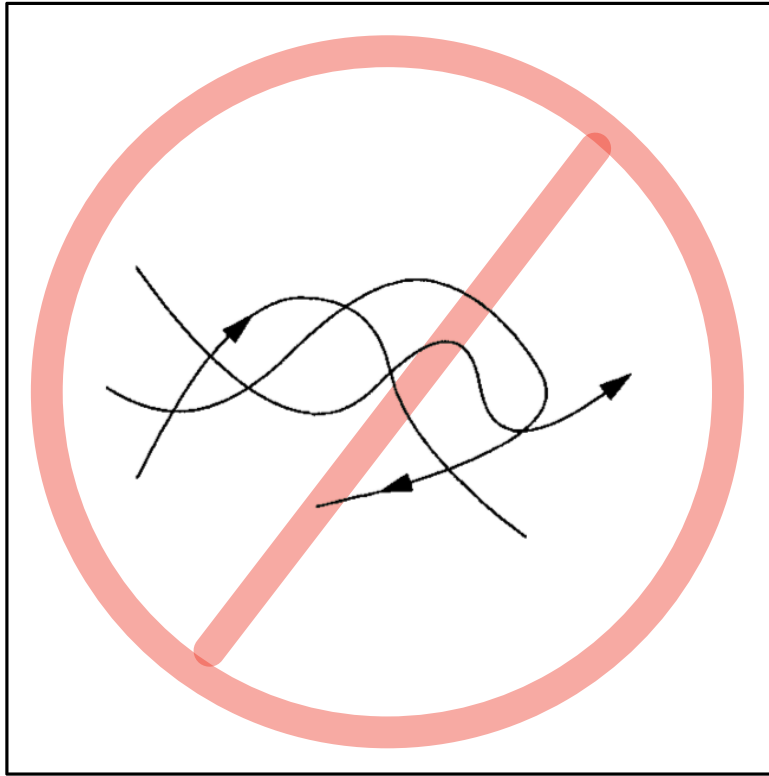
$$D \subset \mathbb{R}^n.$$

Entonces para $\bar{x}_0 \in D$, el problema de valor inicial tiene una solución

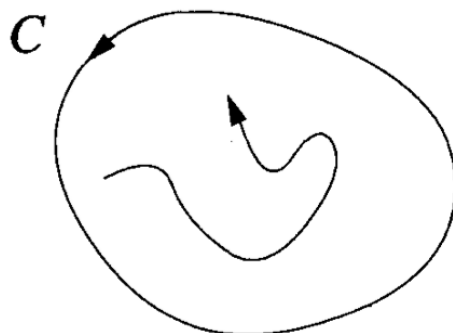
$x(t)$ en cierto intervalo $(-z, z)$

y además la solución es única.

En pocas palabras, 2 soluciones diferentes (diferentes trayectorias) nunca se cruzan. Si pueden converger a un punto fijo, pero sin cruzarse



Si tenemos una órbita cerrada, nos delimita el interior del exterior



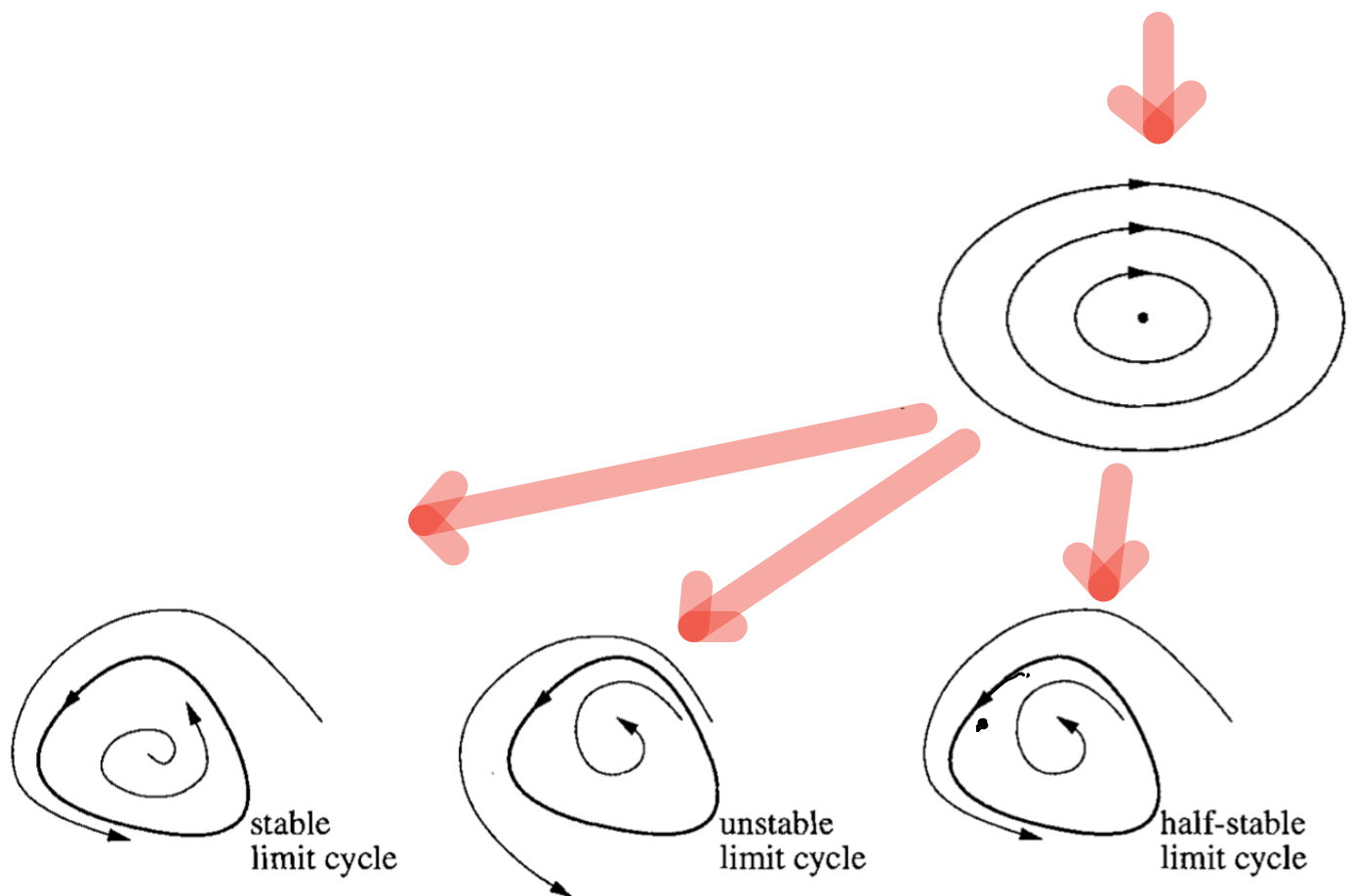
¿Qué pasa con un centro ($\text{Re}(\lambda)=0$) cuando nos alejamos del límite de validez lineal?

Los centros se transforman

Casos robustos versus casos marginales

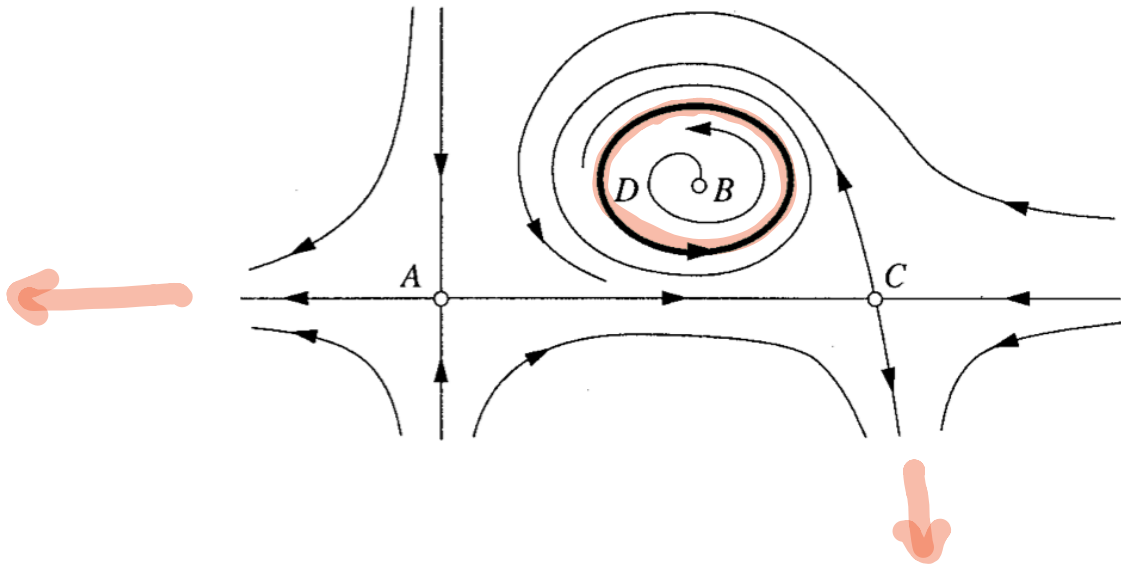
$\text{Re}(\lambda) \neq 0$

$\text{Re}(\lambda) = 0$



Los centros se convierten
(no siempre) en ciclos límite

Un ejemplo ficticio



Notemos que para $t \rightarrow \infty$ el sistema se va a infinito o a un ciclo limite D