# REDES NEURONALES

# 2021

## Clase 2  Parte 2

**Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación**
**Universidad Nacional de Córdobas**

**Jueves 19 de agosto**

**http://www.famaf.unc.edu.ar/~ftamarit/redes2021**

**https://www.famaf.unc.edu.ar/course/view.php?id=798**

# SISTEMAS DINÁMICOS

Un SISTEMA DINÁMICO, para nosotros, es un sistema cuyo estado evoluciona EN EL TIEMPO.

Para nosotros, lo interesante será analizar cómo evolucionan el tiempo neuronas, sus componentes, sus señales y por último, conjuntos, muy pequeños o muy grandes, de neuronas.

Hay 2 tipos de sistemas dinámicos

Continuos: se describen con funciones continuas sus razones de cambio

$$\frac{dX(t)}{dt} = a\, X(t)\,(1 - X(t))$$

El tiempo, la variable independiente es continuo

**Discretos:** se describen por relaciones recursivas

$$X(t+1) = a\,X(t)\,(1-X(t))$$

El tiempo, la variable independiente, es discreto

En ambos casos la variable dinámica, $X(t)$, es real

$$X(t) \in \mathbb{R}$$

$$X_t \in \mathbb{R}$$

Nosotros comenzaremos analizando los sistemas dinámicos continuos, aunque en la segunda parte nos acercaremos a esos modelos discretos.

La forma general de la ecuación DIFERENCIAL ORDINARIA será

$$\frac{d\,X(t)}{dt} = f(X(t), t)$$

el tiempo puede aparecer explícitamente

Si el tiempo no aparece explícitamente en el lado derecho decimos que el sistema dinámico, y también la ecuación entonces, es AUTÓNOMO. Nos ocuparemos de sistemas autónomos.

Esto se puede generalizar de varias formas.

Podemos tener más de 1 EDO (ecuación diferencial ordinaria)

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$\frac{dx_n(t)}{dt} = f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$$

Esto se llama Sistema de n ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas.

Además, podemos tener más derivadas involucradas

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} = f\left( x(t), \frac{dx(t)}{dt}, \dots \frac{dx^{n-1}}{dt^{n-1}} \right)$$

En física en particular, la dinámica newtoniana se basa en ecuaciones de SEGUNDO ORDEN

$$\underset{\text{masa}}{m} \underset{\text{aceleración}}{\frac{d^2 x(t)}{dt^2}} = \underset{\text{fuerza}}{F(x(t), t)}$$

la masa por la aceleración es igual a la fuerza que se ejerce sobre la partícula. Y esta fuerza depende de la posición de la partícula y del tiempo (explícitamente e implícitamente a través de la posición, que depende del tiempo).

Pero si la partícula se mueve en tres dimensiones

$$m \frac{d^2 \bar{x}(t)}{dt^2} = \bar{F}(\bar{x}(t), t)$$

$\bar{X} \in \mathbb{R}^3$ es un vector

$\bar{F} \in \mathbb{R}^3$ es un vector

y los componentes se pueden mezclar.

$$\tilde{X}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$$

sistema de coordenadas cartesianas

$$\bar{F}(x(t), t) = \begin{bmatrix} f_x(\bar{X}(t), t) \\ f_y(\bar{X}(t), t) \\ f_z(\bar{X}(t), t) \end{bmatrix}$$

Newton inventó el cálculo diferencial (la idea de una razón de cambio "instantánea" o derivada), las ecuaciones diferenciales y luego su magnífica SEGUNDA LEY. Y ayudó muchísimo a encontrar algoritmos para resolverlas.

Si tenemos un sistema de una ecuación diferencial ordinaria no autónoma