REDES NEURONALES

2021

Clase 5 Parte 2

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación
Universidad Nacional de Córdoba

Martes 31 de agosto 2021

http://www.famaf.unc.edu.ar/~ftamarit/redes2021

https://www.famaf.unc.edu.ar/course/view.php?id=798

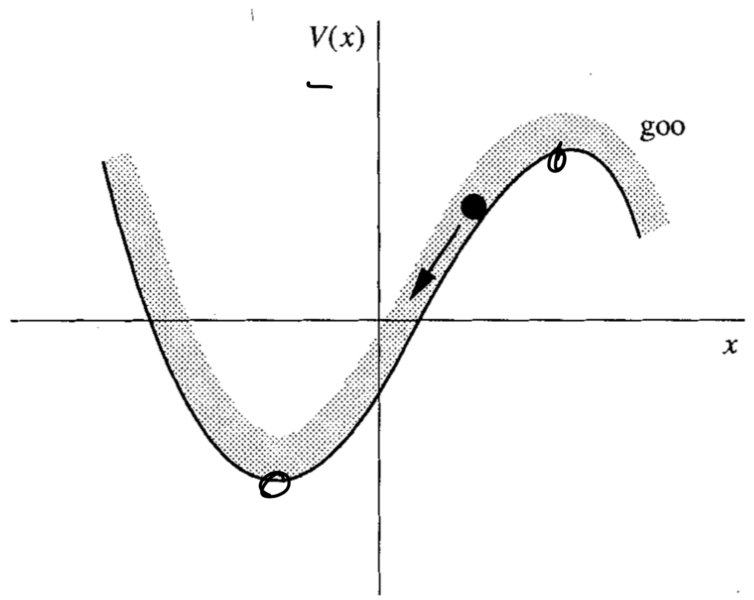
POTENCIALES

$$\dot{x} = f(x) \quad y \quad f(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$

Si esto se puede hacer, $V(x)$ se llama potencial

Esto se usa para redes neuronales recurrentes

(Hopfield, BM y RBM).



partícula en medio muy viscoso

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -f(x)\,\dot{x}$$

$$= -\left[f(x)\right]^2 < 0$$

Entonces V decrece en el tiempo. Los puntos críticos de $\dot{x} = f(x)$ son los mínimos de $V(x)$

$$\frac{dV}{dx} = 0 \quad y \quad \frac{d^2V}{dx^2}$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dV}{dx}\right) = -\frac{d}{dx}(f)$$

Si $\dfrac{df}{dx} > 0$, $\dfrac{d^2V}{dx^2} < 0 \Rightarrow$ máximo

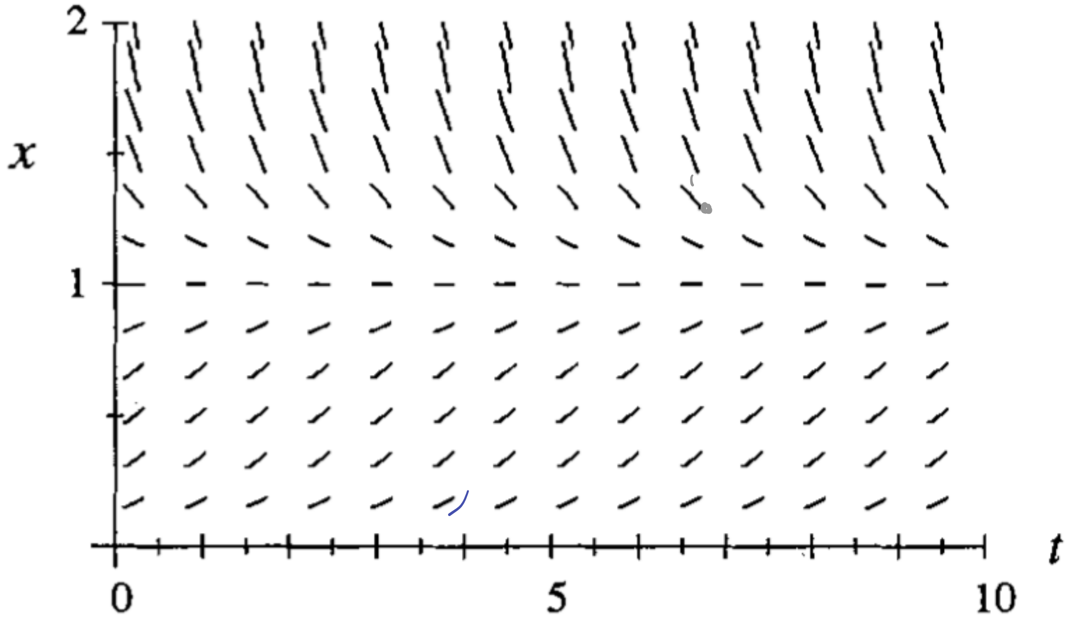
$\dfrac{df}{dx} < 0$, $\dfrac{d^2V}{dx^2} > 0 \Rightarrow$ mínimo

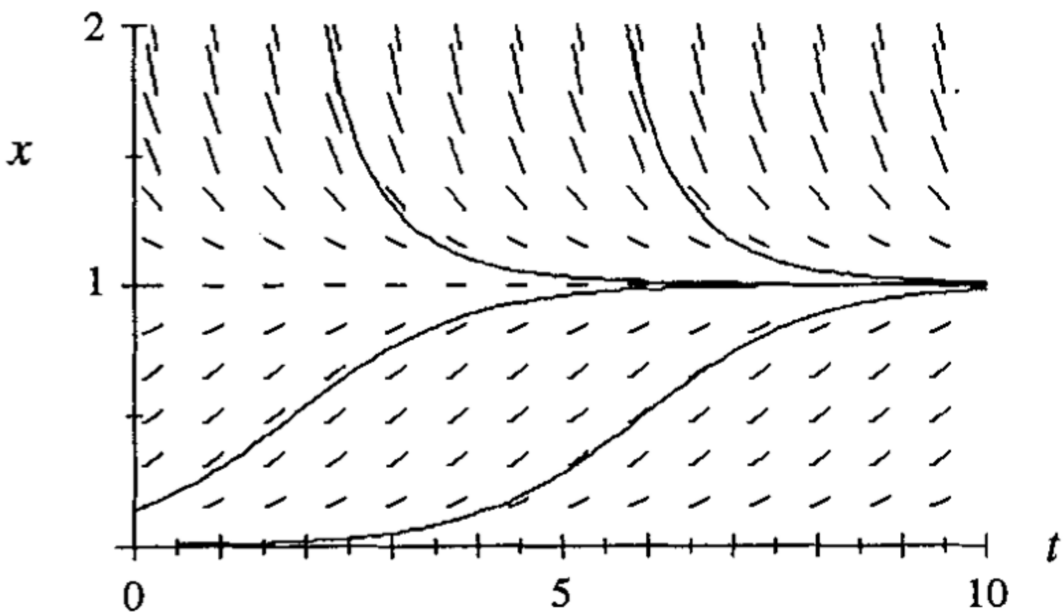
Campo de pendientes

$x^* = 0$

Ejemplo: $\dot{x} = x(1-x)$

$x^* = 1$

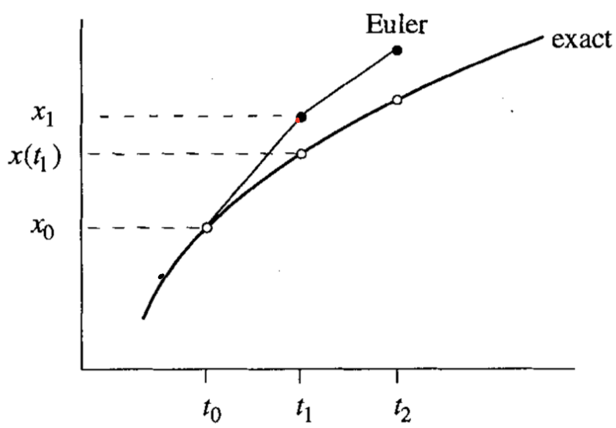




SOLUCIONES NUMERICAS

Veamos cómo encontrar numéricamente una solución, pero no del problema de encontrar los atractores ($t \to \infty$) de la ecuación diferencial, sino del problema de valor inicial,

$$\dot{x} = f(x) \quad y \quad x(t_0) = x_0$$



$$\dot{x}(t) = f(x(t))$$

$$\frac{x(t_0+h) - x(t_0)}{h} \approx f(x_0)$$

$$x_0 + h = x_1 \quad , \quad x_i = x_0 + ih$$

$$\frac{x(t_1) - x(t_0)}{h} \approx f(x_0)$$

$$x(t_1) \approx x(t_0) + h\, f(x_0)$$

$$t = t_0 \qquad t_n = t_0 + n\,\Delta t$$

Método de Euler

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 = x(t_0) = x_0 \\ \tilde{x}_{n+1} = \tilde{x}_n + h\, f(\tilde{x}_n) \end{cases}$$

Método de Euler Mejorado

$$\begin{cases} \tilde{x}'_{n+1} = \tilde{x}_n + h\, f(\tilde{x}_n) \\ \tilde{x}_{n+1} = \tilde{x}_n + \frac{h}{2}\left[f(x_n) + f(\tilde{x}'_{n+1}) \right] \end{cases}$$

Método Runge Kutta 4to Orden

$$\begin{cases} k_1 = h\, f(\tilde{x}_n) \\ k_2 = h\, f(\tilde{x}_n + \frac{1}{2} k_1) \\ k_3 = h\, f(\tilde{x}_n + \frac{1}{2} k_2) \\ k_4 = h\, f(\tilde{x}_n + k_3) \\ \tilde{x}_{n+1} = \tilde{x}_n + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right) \end{cases}$$