REDES NEURONALES

2021

Clase 9 Parte 3

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación
Universidad Nacional de Córdoba

Martes 14 de septiembre 2021

http://www.famaf.unc.edu.ar/~ftamarit/redes2021

https://www.famaf.unc.edu.ar/course/view.php?id=798

El diagrama de fases

Vimos que el sistema de 2 EDO acoplados se puede expresar en notación vectorial

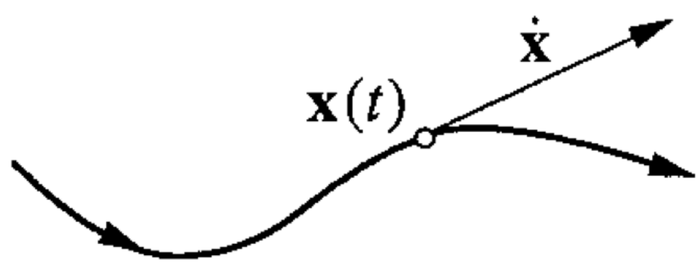
$$\dot{\vec{x}} = \vec{f}(\vec{x})$$

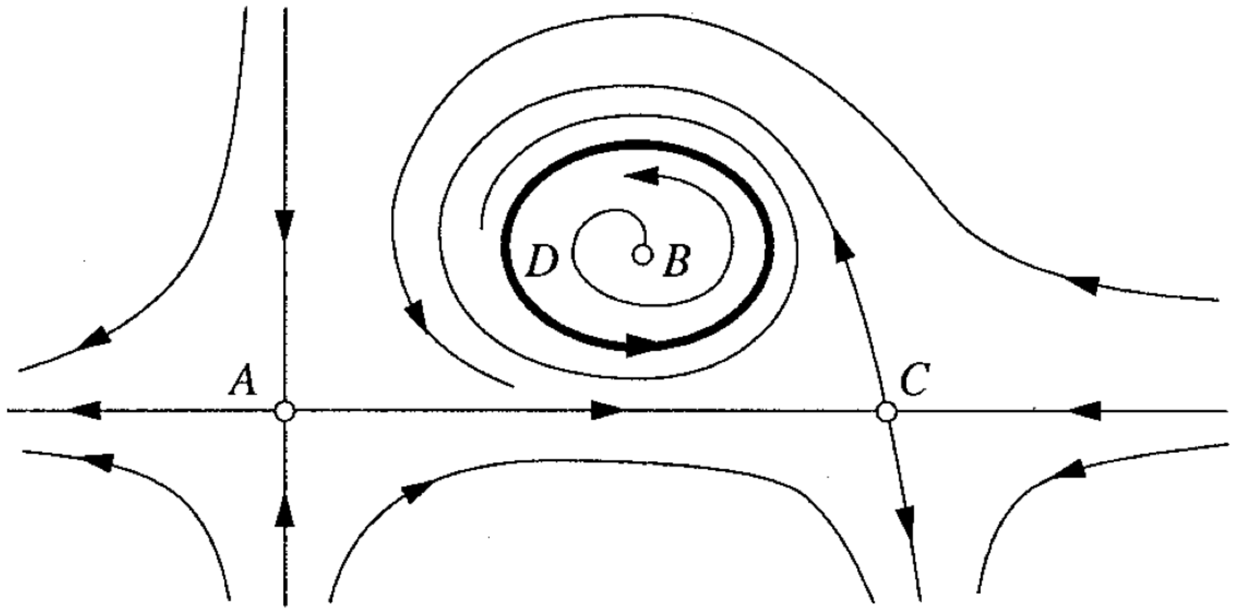
$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} f_1(\vec{x}) \\ f_2(\vec{x}) \end{pmatrix}$$

A cada punto del plano $\mathbb{R}^2$ le asignamos un vector bidimensional

$$\vec{x} \longrightarrow \vec{f}(\vec{x})$$

Siguiendo el flujo de vectores definido por la ecuación podemos visualizar la trayectoria cualitativamente.





Ejemplo

$$\dot{x} = x + e^{-y},$$

$$\dot{y} = -y.$$

Tenemos un único punto fijo: $\bar{x}^* = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$y(t) = y_0 e^{-t}$$

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0$$

Para tiempos grandes

$$\dot{x} \simeq x + 1$$

$$u = x + 1 \qquad \dot{u} = \dot{x}$$

$$\dot{u} \simeq u \quad \Rightarrow \quad u = u_0 e^{t}$$

$$x + 1 = (x_0 + 1)\, e^{t}$$

$$x(t) = -1 + (x_0 + 1)\, e^{t}$$

solo vale para $t \gg 1$.

Definamos la idea de nullclines

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= 0 \\ \dot{y} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{nullclines}$$

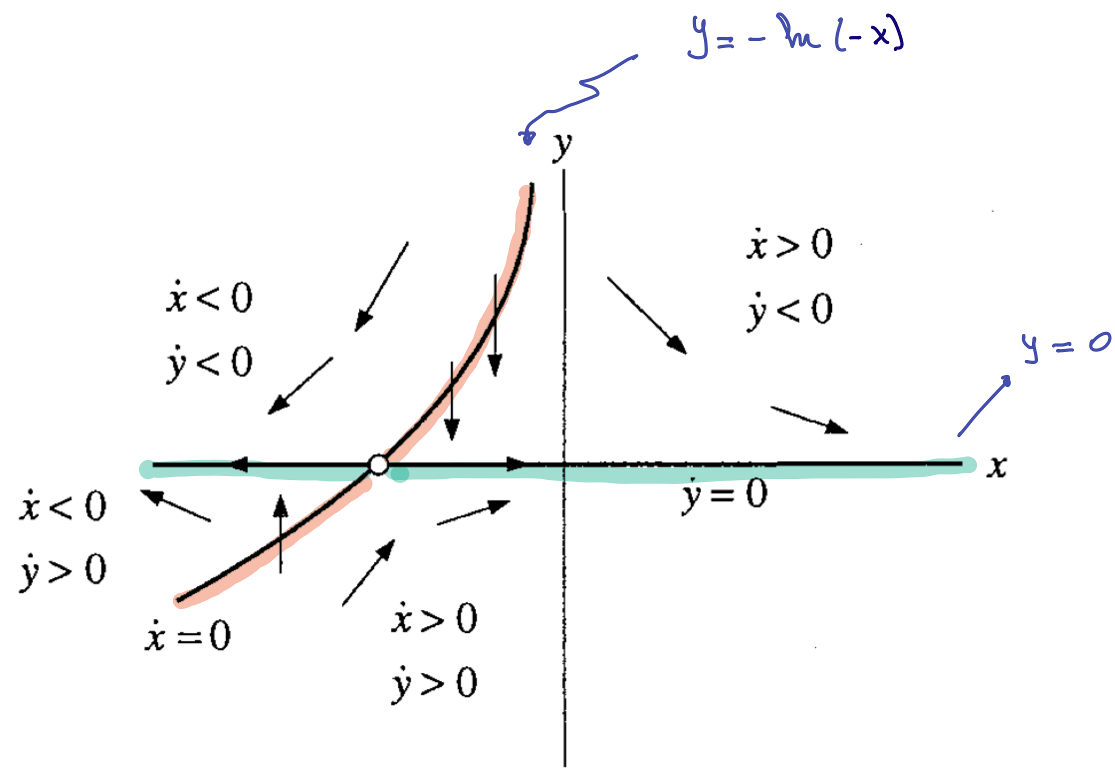
$$\dot{x} = 0 \quad \Rightarrow \quad x + e^{-y} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -e^{-y}$$

$$-x = e^{-y}$$

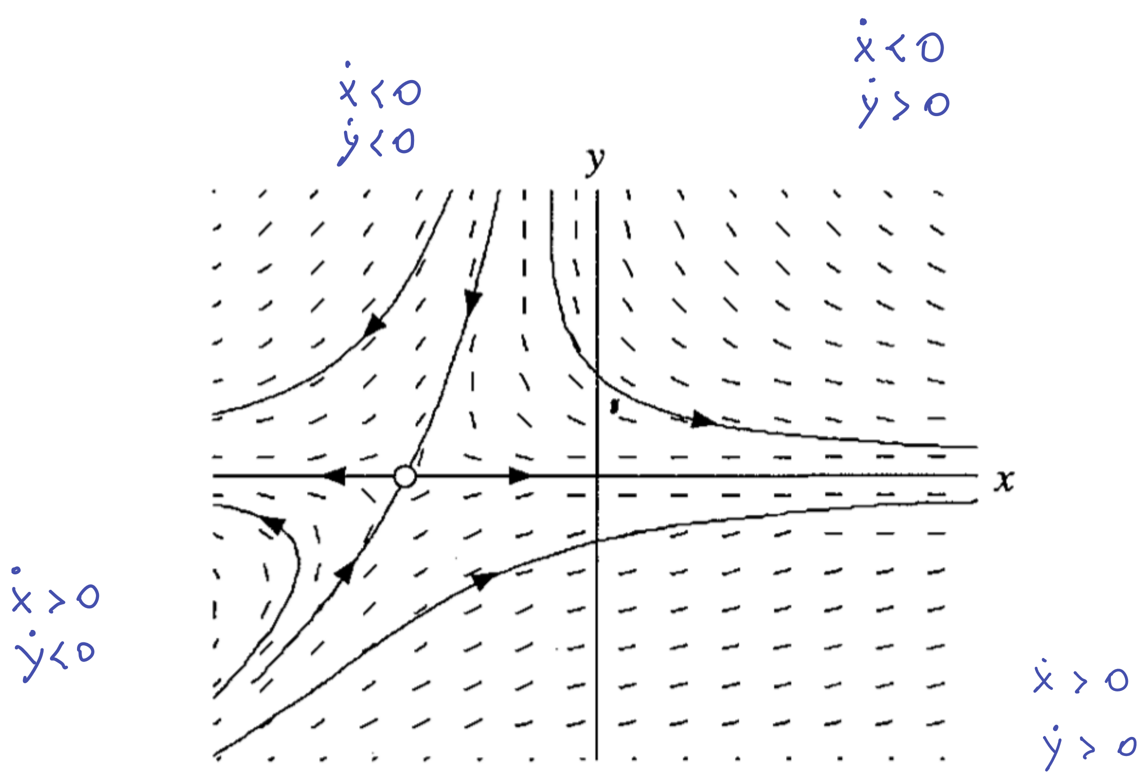
$$\ln(-x) = -y$$

$$y = -\ln(-x)$$

$$\dot{y} = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 0$$



$y = -\ln(-x)$
y
$\dot{x} > 0$
$\dot{y} < 0$
$\dot{x} < 0$
$\dot{y} < 0$
$y = 0$
x
$\dot{x} < 0$
$\dot{y} > 0$
$\dot{y} = 0$
$\dot{x} = 0$
$\dot{x} > 0$
$\dot{y} > 0$



$\dot{x} < 0$
$\dot{y} > 0$
$\dot{x} < 0$
$\dot{y} < 0$
y
x
$\dot{x} > 0$
$\dot{y} < 0$
$\dot{x} > 0$
$\dot{y} > 0$