V Encuentro de Geometría Diferencial
Comunicaciones

Romina Arroyo (Universidad Nacional de Córdoba)

El flujo de Ricci en variedades homogéneas simplemente conexas de dimensión cuatro

Resumen: Sea (M, g_0) una variedad Riemanniana. El *Flujo de Ricci* con condición inicial (M, g_0) es la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales:

$$\tfrac{\partial}{\partial t} g(t) = -2\,\mathrm{Ric}(g(t)), \quad g(0) = g_0$$

donde $g(t)$ es una curva de métricas Riemannianas en M y $\mathrm{Ric}(g(t))$ el tensor de Ricci de la métrica $g(t)$.

El flujo de Ricci en variedades homogéneas es equivalente en un sentido natural y específico al llamado *flujo de corchetes*, que es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias para una curva de corchetes de Lie. La solución queda en un subconjunto $\mathcal{H}_{q,n}$ de la variedad de álgebras de Lie que parametriza el espacio de todos los espacios homogéneos simplemente conexos n-dimensional con isotropía q-dimensional. El objetivo de esta charla es analizar el flujo de Ricci de las variedades homogéneas de dimensión 4 a partir del flujo de corchetes.

Julio C. Barros (Universidad Nacional de San Luis - Universidad Nacional de Río Cuarto)

Una caracterización de las hipersuperficies de Cartan por medio del laplaciano infinito

Resumen: Sea M una variedad Riemanniana, compacta, conexa, esférica de dimensión n, para cada punto $p \in M$ se denota por $\widehat{X_p}[M]$ el conjunto de $X \in T_p(M)$ tal que $\|X\| = 1$ y además estos vectores definen secciones normales puntualmente planas. Este conjunto queda determinado por polinomios homogéneos de grado tres. En el presente trabajo se prueba la conjetura sugerida por el Dr. Cristián U. Sánchez, que consiste en caracterizar a las hipersuperficies isoparamétricas con tres curvaturas principales distintas, entre las hipersuperficies isoparamétricas homogéneas, en términos del laplaciano infinito del polinomio definitorio de las secciones normales planas. Recordamos que para una función suave u definida en un abierto de $\mathbb{R}^n$, el laplaciano infinito está definido por $\triangle_\infty u = \frac{1}{2}\left\langle \nabla u, \nabla \|\nabla u\|^2 \right\rangle$, interesaba conocer el comportamiento de estos laplacianos infinitos respecto del cuadrado de la norma del vector tangente, más precisamente se demostró que, el laplaciano infinito del polinomio definitorio de secciones normales planas correspondiente a una hipersuperficie isoparamétrica homogénea, es múltiplo del cuadrado de la norma del vector tangente, si y sólo si, la hipersuperficie isoparamétrica homogénea tiene tres curvaturas principales distintas.

Verónica Díaz (Universidad Nacional de Córdoba)

Reducción óptima de variedades Kähler

Resumen: La reducción óptima es un método de reducción simpléctica introducido por Ortega y Ratiu (2002). Una de sus características es que funciona para el caso en que no es posible aplicar la técnica de reducción simpléctica de Marsden-Weinstein.

En esta charla describiremos la aplicación de este método al fibrado cotangente magnético de un grupo de Lie, y mostraremos como extender la reducción simpléctica óptima al caso de variedades de Kähler, inspirándonos en la construcción clásica del cociente Kähler introducida por Hitchin, Karlhede, Lindström y Rocek (1987).

Edison Fernández Culma (Universidad Nacional de Córdoba)

Clasificación de los nilradicales Einstein de dimensión siete

Resumen: De la teoría general de la relatividad, una variedad riemanniana se llama Einstein, si su tensor de Ricci es proporcional a la métrica y en este caso la métrica es llamada métrica Einstein, la cual en muchos casos es considerada como una "métrica selecta"(por ejemplo, si la variedad es compacta, las métricas Einstein son los puntos críticos del funcional curvatura escalar total sobre el espacio de métricas de tal variedad).

Un grupo de Lie soluble S admitiendo una métrica Einstein invariante a izquierda es llamado solvariedad Einstein y es sabido que tanto S como la métrica están determinados por el nilradical $\mathfrak{n}$ del álgebra de Lie de S y es por esto que a $\mathfrak{n}$ se le llama un nilradical Einstein.

En la charla, daremos un repaso de algunos avances en el estudio de los nilradicales Einstein e ilustraremos cómo obtener a partir de estos la clasificación de los nilradicales Einstein de dimensión siete.

Yamile Godoy (Universidad Nacional de Córdoba)

El flujo magnético en la variedad de geodésicas orientadas de una forma espacial de dimensión tres

Resumen: Para $\kappa = 0, 1, -1$, sea M_κ la variedad simplemente conexa de dimensión tres de curvatura seccional constante κ. Sea $\mathcal{L}_\kappa$ la variedad de todas las geodésicas orientadas (salvo parametrización) de M_κ, munida de su métrica pseudo-riemanniana canónica de signatura $(2, 2)$ y estructura de Kähler J. Una curva suave en $\mathcal{L}_\kappa$ determina una superficie reglada en M_κ.

Caracterizamos las superficies regladas de M_κ asociadas con las geodésicas magnéticas de $\mathcal{L}_\kappa$, es decir, aquellas curvas σ en $\mathcal{L}_\kappa$ que satisfacen $\nabla_{\dot\sigma}\dot\sigma = J\dot\sigma$. Más precisamente: una geodésica magnética de tipo temporal o de tipo espacial describe la superficie reglada en M_κ dada por el campo binormal a lo largo de una hélice de torsión no nula. Las geodésicas magnéticas nulas describen conos, cilindros o, en el caso hiperbólico, también conos con vértice en el infinito.

David Oscari (Universidad Nacional de Córdoba)

Nilradicales asociados con grafos que no son Einstein

Resumen: Un álgebra de Lie 2-pasos nilpotente $\mathfrak{n}$ se dice que es de *tipo* (p, q) si $\dim \mathfrak{n} = p+q$ y $\dim[\mathfrak{n}, \mathfrak{n}] = p$. Siempre $p \leq \frac{1}{2}q(q-1) =: D_q$. Probamos que para (p, q) que satisfacen $21 \leq q$ y $q-1 \leq p \leq D_q-2q+9$, existen nilradicales 2-pasos no-Einstein indescomponibles de tipo (p, q), lo cual extiende un resultado de [J].

[J] M. Jablonski, Moduli of Einstein and non-Einstein nilradicals. To appear in *Geom. Dedicata.* Preprint arXiv (2009).

Silvio Reggiani (Universidad Nacional de Córdoba)

Sobre conexiones métricas con torsión totalmente antisimétrica

Resumen: Sean M una variedad riemanniana y $\tilde{\nabla}$ una conexión métrica en M con las mismas geodésicas que la conexión de Levi-Civita. En tal caso decimos que $\tilde{\nabla}$ es una conexión (métrica) con torsión totalmente antisimétrica. En esta charla mencionaremos algunos resultados conocidos sobre variedades que admiten este tipo de conexiones (por ejemplo un resultado originalmente descubierto por Cartan-Schouten que dice que los únicos espacios que admiten conexiones planas de este tipo son los grupos de Lie y la esfera 7-dimensional), e introduciremos un resultado tipo Berger, el cual dice que si el subgrupo ortogonal generado por la torsión de $\tilde{\nabla}$ no es transitivo en la esfera, entonces el espacio es isométrico a un grupo de Lie con métrica bi-invariante (o su dual simétrico, en el caso no compacto). En particular, esto permite caracterizar todas las conexiones planas de este tipo en grupos de Lie con métrica bi-invariante. En efecto, las únicas posibles son las conexiones $(+)$ y $(-)$, que hacen paralelos a los campos invariantes a izquierda y derecha, respectivamente, y son además conexiones canónicas. Para el caso no plano, la holonomía de $\tilde{\nabla}$ coincide con la holonomía riemanniana.

Francisco Vittone (Universidad Nacional de Rosario)

La distribución de nulidad de subvariedades de una forma espacial

Resumen: Si M es una subvariedad de una forma espacial, el subespacio de nulidad en un punto es el núcleo común de los operadores de forma en todas las direcciones normales en ese punto. Cuando la dimensión de los subespacios de nulidad es constante, queda bien definida una distribución $\mathcal{N}$ en M, denominada *distribución de nulidad*, que resulta autoparalela y con hojas totalmente geodésicas en la forma espacial ambiente. Si M es completa, las hojas de la ditribución de nulidad también son completas, lo que nos permite dar estructura de espacio fibrado al cociente $\pi : M \to M/\mathcal{N}$. En este trabajo adaptaremos algunos resultados de la teoría de espacios fibrados y presentaremos algunas técnicas de geometría de subvariedades con ingredientes de holonomía normal (como subvariedades paralelas y tubos holonómicos) que nos permitirán mostrar que en una subvariedad completa, irreducible y con índice de nulidad constante, cualquier par de puntos pueden unirse por una curva perpendicular a la nulidad en cada punto.