

## Guía II

### Biofísica Molecular y Celular

#### Problema 1:

Las mediciones de permeabilidad de una membrana para un soluto son confusas y complicadas debido a la presencia de una pequeña capa de solución que contornea la superficie de la membrana cuya concentración del soluto difiere de la que hay en la región alejada a la membrana. Este problema muestra el efecto de esta capa al llevar a cabo una medición. Asumiremos que en estado estacionario esta capa puede ser representada por una región de dimensiones fijas, en la cual la concentración del soluto varí a linealmente con la distancia a la membrana, ver figura 1. Consideraremos que la membrana tiene una permeabilidad verdadera  $P$  y que separa dos soluciones cuyas concentraciones, lejos de esta, son  $C_1$  y  $C_2$  y sus coeficientes de difusión son  $D_1$  y  $D_2$  respectivamente. Cada capa tiene de espesor  $d_1$  y  $d_2$ . Definiremos la permeabilidad medida como  $P_m = \phi / (C_1 - C_2)$ , donde  $\phi$  es el flujo del soluto.

- (1) Encontrar una expresión para la permeabilidad medida en términos de  $P$ , los  $D$  y los  $d$ .
- (2) La permeabilidad medida es mayor o menor que la verdadera?

#### Problema 2:

Un argumento básico en la derivación de los resultados para difusión en dos compartimentos es que la concentración del soluto en cada compartimento es uniforme. Aplicado a la difusión a través de una membrana celular, este argumento, implica que tanto en el espacio extracelular como en el citoplasma la concentración del soluto tiene que ser uniforme. En este problema exploraremos las condiciones para las cuales este argumento es razonable para el citoplasma de una célula esférica. Compararemos el tiempo que le toma a una célula esférica equilibrar su concentración con una solución externa con el tiempo que le toma en ausencia de una membrana plasmática semipermeable. Asumiremos que la célula es una esfera con radio de  $10\mu m$ . A  $T = 0$  la célula es colocada en una solución con una concentración de urea,  $C$ , la cual se asume que permanece constante. La urea tiene un coeficiente de difusión en el agua,  $D = 1.4 \cdot 10^{-5} cm/s$ . La permeabilidad de la membrana celular es  $P = 1 \cdot 10^{-6}$ . Asumiremos que el volumen de la célula permanece constante y que el volumen de la solución extracelular es mucho mayor que el volumen de la célula. La concentración intracelular inicial de la urea es cero.

- (1) Calcular el tiempo,  $\tau_{eq}$ , en el que la concentración intracelular de la urea alcanza el 63 por ciento del valor final asumiendo que la concentración de la urea, en la célula, es uniforme.
- (2) Determinar el tiempo,  $\tau_d$ , en el cual la concentración promedio de la urea alcanza el 63 por ciento de su valor final para una esfera de agua con un radio de  $10\mu m$  colocada en una solución de urea.

- (3) Cómo es el cociente  $\tau_d/\tau_{eq}$  con respecto al radio de la esfera?
- (4) Qué podemos concluir de estos cálculos?

Problema 3:

Consideremos una membrana fina que separa dos compartimentos, la membrana y ambos compartimentos tienen una sección transversal da área  $A = 1cm^2$ . El compartimento 1 tiene una longitud de  $L_1 = 50cm$  y el 2  $L_2 = 10cm$ , la membrana tiene un ancho  $W = 10^{-4}cm$ . Asumiremos que los compartimentos tienen una solución de azúcar con concentración  $c_1$  y  $c_2$  respectivamente, la concentración de azúcar en la membrana puede escribirse como  $c(x, t)$ , la difusividad del azúcar en la membrana es  $D_a = 10^{-5}cm^2/s$  y que el coeficiente membrana:agua es  $k_{m:w} = 1$ , la concentración de azúcar en la membrana llegó al estado estacionario y al tiempo  $t = 0$   $c_1(0) = 1mol/L$  y  $c_2(0) = 0mol/L$ .

- (1) Calcular el flujo de azúcar, a  $t = 0$ ,  $\phi_s(0)$ .
- (2) Calcular el valor final de la concentración de azúcar en el compartimento 1,  $c_1(\infty)$
- (3) Sea  $\tau_{eq}$ , el tiempo requerido para alcanzar el equilibrio. Qué podemos decir de  $\tau_{eq}$  si la difusividad del azúcar fuera el doble?

Problema 4:

Dos compartimentos, cuyos volúmenes son  $V_1$  y  $V_2$ , están llenos de una solución acuosa que contiene un simple soluto. La concentración del soluto en cada compartimento es uniforme. los compartimentos están separados por una membrana de espesor  $d$ , el soluto tiene como coeficiente de difusión  $D > 0$  y el coeficiente membrana:solución  $k \geq 0$ . Asumimos que el número de partículas en la membrana es una fracción despreciable del número de partículas en los dos compartimentos. Las fuentes externas determinan los flujos constantes  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , ver figura. La concentración del soluto en la posición  $x$  al tiempo  $t$  en el sistema es  $c(x, t)$ . El equilibrio osmótico es mantenido, no hay flujo de agua entre los dos compartimentos.

La meta de este problema es determinar el perfil, en estado estacionario, del soluto,  $c(x, \infty)$ , con las condiciones iniciales mostradas en la figura. Para cada una de las condiciones mostradas en la tabla indicar todos los perfiles de la figura que son solución.

parte	$c(x, 0)$	$\phi_1, \phi_2$	$V_1, V_2$	$D$	$k$	$c(x, \infty)$
a	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 = \phi_2 = 0$	arbitrario	0	$> 0$	
b	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 = \phi_2 = 0$	arbitrario	$> 0$	0	
c	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 = \phi_2 = 0$	arbitrario	$> 0$	$> 1$	
d	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 = \phi_2 = 0$	arbitrario	$> 0$	$< 1$	
e	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 = \phi_2 = 0$	$V_1 \rightarrow \infty, V_2$ finito	$> 0$	$> 1$	
f	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 = \phi_2 = 0$	$V_1 \rightarrow \infty, V_2$ finito	$> 0$	1	
g	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 > \phi_2 \neq 0$	arbitrario	$> 0$	0	
h	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 > \phi_2 \neq 0$	arbitrario	$> 0$	$> 0$	
i	$c_A(x, 0)$	$\phi_1 + \phi_2 > 0$	arbitrario	$> 0$	$> 1$	
j	$c_B(x, 0)$	$\phi_1 = \phi_2 = 0$	arbitrario	$> 0$	$< 1$	