Guía I

Biofísica Molecular y Celular

Problema 1:

Considere una célula compuesta de un cuerpo celular y de una prolongación, como por ejemplo una neurona, supongamos que alguna substancia n se genera en el cuerpo de la célula y se difunde a lo largo de la prolongación y es consumida con una razón constante $\alpha_n mol/seg$ por unidad de longitud. La ecuación de continuidad para esta substancia será:

$$\frac{\delta c_n}{\delta t} = -\frac{\delta \phi_n}{\delta x} - \frac{\alpha_n}{A},$$

donde A es la sección transversal del área de la prolongación, la cual asumiremos constante y ϕ_n es el flujo de partículas.

(1) Combinar la ecuación de continuidad modificada con la ley de Fick para obtener la ecuación de difución que debe satisfacer c_n.

(2) Mostrar que la solución de esta ecuación en el estado estacionario es

$$c_n(x) = \frac{\alpha_n}{2DA}x^2 + a_0 x + b_0,$$

y encontrar los valores de las constantes a_0 y b_0 correspondientes a la condición de contorno $c_n(0) = C_0$ y $\phi_n(l) = 0$.

(3) Mostrar que al pedir que α_n sea uniforme a lo largo de la prolongación fija un límite superior (Si C_0, D, A y α_n están fijos) sobre la posible longitud l de la prolongación, y encontrar la fórmula de este límite superior.

Problema 2:

Sea $f(x,t)$ la solución de la ecuación de difusión:

$$\frac{\delta f(x,t)}{\delta t} = D\frac{\delta^2 f(x,t)}{\delta x^2}.$$

(1) Mostrar que la solución a la ecuación de difusión modificada

$$\frac{\delta g(x,t)}{\delta t} = D\frac{\delta^2 g(x,t)}{\delta x^2} - \alpha g(x,t)$$

puede ser expresada como

$$g(x,t) = f(x,t)exp(-\alpha t).$$

(2) Mostrar que la solución de la ecuación diferencial modificada

$$\frac{\delta g(x,t)}{\delta t} = D\frac{\delta^2 g(x,t)}{\delta x^2} - \nu\frac{\delta g(x,t)}{\delta x}$$

puede ser expresada como

$$g(x,t) = f(z,t),$$

donde $z = x - \nu t$.

Problema 3:

Una membrana separa dos soluciones que contienen al soluto n. Esta membrana está dividida en dos regiones, una inferior y otra superior, con área transversal A_1 y A_2 respectivamente y con permeabilidad, para el soluto n, P_1 y P_2 respectivamente. De un lado de la menmbrana se tiuna concentración c_n^1 y del lado opuesto se tiene una concentración c_n^2. Determinar la permeabilidad de la menbrana para el soluto n, donde la permeabilidad P está definida como $\phi_n = P(C_n^1 - c_n^2)$.

Problema 4:

Dada la ecuación de difusión

$$\frac{\delta c(x,t)}{\delta t} = D\frac{\delta^2 c(x,t)}{\delta x^2}$$

probar que si $c_1(x,t)$ y $c_2(x,t)$ son soluciones de la ecuación de difusión, luego $ac_1(x,t) + bc_2(x,t)$ es también solución de la ecuación de difusión. Supongamos que la consentración inicial del soluto es

$$c(x,0) = C_0 + C_1 cos(2\pi x/\beta).$$

Mostrar que la función

$$c(x,0) = C_0 + \gamma(t) cos(2\pi x/\beta).$$

es solución de la ecuación de difusión para la dada condición inicial

$$\gamma(t) = C_1 e^{-t/\tau}.$$

Discutir el significado físico de la dependencia de τ sobre β y D.

Ahora asumimos que la distribución de la concentración inicial, $c(x,0)$ es una función rectangular de período β, altura mxima $C_0 + C_1$ y altura mínima $C_0 - C_1$. Es decir en $x = 0$ tenemos que $c(0,0) = C_0 + C_1$ y en $x = \beta/2$ tenemos que $c(\beta/2, 0) = C_0 - C_1$ y para x en el intervalo $[3\beta/2, 5\beta/2)$ tenemos que $c(x,0) = C_0 + C_1$.