Termodinámica y Mecánica Estadística I

Guía 6 (9 de mayo de 2017)

Problema 1: Utilizando relaciones de Maxwell, demuestre que $c_P = c_v + \dfrac{TV\alpha^2}{n\kappa_T}$.

Problema 2: Muestre que la relación $\alpha = \dfrac{1}{T}$ implica que c_P es independiente de la presión.

Problema 3: Sea m la magnetización por mol en un sólido magnético con n=cte y sean c_B y c_m los calores epecíficos a campo y magnetización constante respectivamente. Muestre que

$$c_B - c_m = \frac{T}{\chi_T}\left(\frac{\partial m}{\partial T}\right)_B^2 \qquad \text{y} \qquad \frac{c_B}{c_m} = \frac{\chi_T}{\chi_S}\ ,$$

donde las susceptibilidades magnéticas vienen dadas por

$$\chi_T \equiv \left(\frac{\partial m}{\partial B}\right)_T \qquad \text{y} \qquad \chi_S \equiv \left(\frac{\partial m}{\partial B}\right)_S\ .$$

Problema 4: Dos sistemas simples están contenidos en un cilindro y se hallan separados por un pistón. Cada subsistema es una mezcla de 1/2 mol de N_2 y 1/2 mol de H_2 (que se considerarán como gases ideales). El pistón está en el centro del cilindro, ocupando cada subsistema un volumen de 10 ℓ. Las paredes del cilindro son diatérmicas y el sistema está en contacto con una fuente de calor a temperatura de 0°C. El pistón es permeable al H_2, pero impermeable al N_2. Encuentre la cantidad de trabajo que se requiere para mover el pistón a una posición tal que los volúmenes de los subsistemas sean 5 y 15 ℓ.

Problema 5: Se abre un orificio muy pequeño en la pared que separa dos subsistemas monocomponentes químicamente idénticos. Cada uno de los subsistemas está en contacto además con un reservorio de presión a P^r. Encuentre las condiciones de equilibrio a partir de la entalpía suponiendo que la entropía total se mantiene constante.

Problema 6: Un mol de un gas ideal monoatómico se encuentra en un cilindro con un pistón móvil, el cual está conectado a un reservorio de presión a P^r=1 atm. Calcule cuánto calor debe entregarse al gas para incrementar su volumen de 20 a 50 ℓ.

Problema 7: **a)** Demuestre las siguientes relaciones para un sistema simple mono-componente con n=cte:

$$\begin{aligned} T\,\mathrm{d}S &= nc_v\,\mathrm{d}T + \frac{T\,\alpha}{\kappa_T}\,\mathrm{d}V \\ T\,\mathrm{d}S &= nc_P\,\mathrm{d}T - T\,V\,\alpha\,\mathrm{d}P \end{aligned}$$

b) Muestre que la segunda relación del punto anterior lleva a

$$c_v = c_P - \frac{T\,v\,\alpha^2}{\kappa_T}$$

Problema 8: Exprese

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_{T,n}$$

en términos de c_P, α, κ_T y T.

Problema 9: Un gas tiene las siguientes ecuaciones de estado: $P = U/V$ y $T = 3BU^{2/3}(nV)^{-1/3}$ donde B es un constante positiva. El gas está inicialmente a temperatura T_i y presión P_i y realiza un proceso de Joule-Thomson atravesando un tapón poroso. Calcular la temperatura final del gas si la presión final es P_f.

Problema 10: Un pequeño saco construido con una membrana permeable al agua pero no al NaCl (cloruro de sodio) se llena con una solución al 1 % (en peso) de NaCl en agua se sumerge en un recipiente abierto con agua pura a 38°C a una profundidad de 30 cm. ¿Cuál es la presión osmótica dentro del saco? ¿Cuál es la presión total dentro del saco? Suponga el saco suficientemente pequeño de forma tal que el agua que lo rodea pueda suponerse a la misma presión. Un ejemplo de un sistema de este tipo es una célula sanguínea.

Problema 11: En ciertas situaciones dos fluidos de diferentes densidades pueden encontrarse en equilibrio entre sí, presentando una interfase entre ambos, la cual constituye una superficie bien definida. Esta superficie se comporta como una membrana elástica, que tiende a contraerse. Así, para incrementar el área de esta superficie debe realizarse trabajo desde adentro. Se define entonces la *tensión superficial* σ como el trabajo por unidad de área necesario para incrementar la superficie. Expresado en otros términos, una variación $\mathrm{d}A$ del área que separa los dos volúmenes implica una variación de energía $\sigma\,\mathrm{d}A$.

a) Explique cualitativamente por qué la tensión superficial tiene que ser positiva.

b) Considere una membrana elástica diatérmica de tensión superficial σ, que contiene en su interior un gas y adopta una forma esférica. Determine la diferencia de presión entre el gas en el interior de la membrana y el exterior en el estado de equilibrio, suponiendo que las deformaciones posibles de la membrana están restringidas de forma tal que mantiene su forma esférica. El entorno exterior se encuentra a temperatura T^e y presión P^e.

c) Discuta la plausibilidad de suponer el mantenimiento de la forma esférica.