# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

**¿Porqué no uso $f(x)$?**

**¿Cómo elijo la función $g(x)$?**

# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

**¿Porqué no uso $f(x)$?**

1. No conozco la función en todos los puntos.
2. Conozco la función pero es muy difícil o costoso evaluarla.

**¿Cómo elijo la función $g(x)$ ?**

- Interpolación
- Aproximación

# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

## ¿Porqué no uso $f(x)$?

1. No conozco la función en todos los puntos.
2. Conozco la función pero es muy difícil o costoso evaluarla.

## ¿Cómo elijo la función $g(x)$ ?

# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

## ¿Porqué no uso $f(x)$?

1. No conozco la función en todos los puntos.
2. Conozco la función pero es muy difícil o costoso evaluarla.

## ¿Cómo elijo la función $g(x)$ ?

- Interpolación
- Aproximación

# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

## ¿Porqué no uso $f(x)$?

1. No conozco la función en todos los puntos.
2. Conozco la función pero es muy difícil o costoso evaluarla.

## ¿Cómo elijo la función $g(x)$ ?

- Interpolación.
- Aproximación.

# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

### ¿Porqué no uso $f(x)$?

1. No conozco la función en todos los puntos.
2. Conozco la función pero es muy difícil o costoso evaluarla.

### ¿Cómo elijo la función $g(x)$ ?

- Interpolación.
- Aproximación.

# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

### ¿Porqué no uso $f(x)$?

1. No conozco la función en todos los puntos.
2. Conozco la función pero es muy difícil o costoso evaluarla.

### ¿Cómo elijo la función $g(x)$ ?

- Interpolación.
- Aproximación.

# ¿Porqué aproximar?

Reemplazar una función $f(x)$ por otra función $g(x)$ en un determinado contexto.

## ¿Porqué no uso $f(x)$?

1. No conozco la función en todos los puntos.
2. Conozco la función pero es muy difícil o costoso evaluarla.

## ¿Cómo elijo la función $g(x)$ ?

- Interpolación.
- Aproximación.

# ¿Qué es interpolar?

## Dados

$$x_0, \ldots, x_n$$

$$f_0, \ldots, f_n$$

## Encontrar $g(x)$ tal que

$$g(x_0) = f_0, \ldots, g(x_n) = f_n$$

# ¿Qué es interpolar?

## Dados

$$x_0, \ldots, x_n$$

$$f_0, \ldots, f_n$$

## Encontrar $g(x)$ tal que

$$g(x_0) = f_0, \ldots, g(x_n) = f_n$$

# ¿Donde elijo $g(x)$ ?

## Dentro de

- los polinomios.
- las funciones racionales.
- la suma de senos y cosenos.
- las funciones definidas por partes.

## Elegimos

Polinomio de grado $n$.

## Queremos que

$$P_n(x_i) = f_i \qquad i = 0, \ldots, n$$

# ¿Donde elijo $g(x)$ ?

## Dentro de

- los polinomios.
- las funciones racionales.
- la suma de senos y cosenos.
- las funciones definidas por partes.

## Elegimos

Polinomio de grado $n$.

## Queremos que

$$P_n(x_i) = f_i \qquad i = 0, \ldots, n$$

# ¿Donde elijo $g(x)$ ?

## Dentro de

- los polinomios.
- las funciones racionales.
- la suma de senos y cosenos.
- las funciones definidas por partes.

## Elegimos

Polinomio de grado $n$.

## Queremos que

$$P_n(x_i) = f_i \qquad i = 0, \ldots, n$$

# ¿Donde elijo $g(x)$ ?

## Dentro de

- los polinomios.
- las funciones racionales.
- la suma de senos y cosenos.
- las funciones definidas por partes.

## Elegimos

Polinomio de grado $n$.

## Queremos que

$$P_n(x_i) = f_i \qquad i = 0, \ldots, n$$

# ¿Donde elijo $g(x)$ ?

## Dentro de

- los polinomios.
- las funciones racionales.
- la suma de senos y cosenos.
- las funciones definidas por partes.

## Elegimos

Polinomio de grado $n$.

## Queremos que

$$P_n(x_i) = f_i \qquad i = 0, \ldots, n$$

# ¿Donde elijo $g(x)$ ?

## Dentro de

- los polinomios.
- las funciones racionales.
- la suma de senos y cosenos.
- las funciones definidas por partes.

## Elegimos

Polinomio de grado $n$.

## Queremos que

$$P_n(x_i) = f_i \qquad i = 0, \ldots, n$$

# ¿Donde elijo $g(x)$ ?

## Dentro de

- los polinomios.
- las funciones racionales.
- la suma de senos y cosenos.
- las funciones definidas por partes.

## Elegimos

Polinomio de grado $n$.

## Queremos que

$$P_n(x_i) = f_i \qquad i = 0, \ldots, n$$

# Polinomios de Lagrange.

**Dados $x_0, \ldots, x_n$**

Encontrar un polinomio $l_i(x)$ tal que:

$$l_i(x_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = k \\ 0 & \text{si } i \neq k \end{cases}$$

$$l_i(x) = \frac{\prod_{j \neq i}(x - x_j)}{\prod_{j \neq i}(x_i - x_j)}$$

**Polinomio interpolante de Lagrange**

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i l_i(x)$$

# Polinomios de Lagrange.

**Dados $x_0, \ldots, x_n$**

Encontrar un polinomio $l_i(x)$ tal que:

$$l_i(x_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = k \\ 0 & \text{si } i \neq k \end{cases}$$

$$l_i(x) = \frac{\prod_{j \neq i} (x - x_j)}{\prod_{j \neq i} (x_i - x_j)}$$

**Polinomio interpolante de Lagrange**

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i l_i(x)$$

# Polinomios de Lagrange.

### Dados $x_0, \ldots, x_n$

Encontrar un polinomio $l_i(x)$ tal que:

$$l_i(x_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = k \\ 0 & \text{si } i \neq k \end{cases}$$

$$l_i(x) = \frac{\prod_{j \neq i} (x - x_j)}{\prod_{j \neq i} (x_i - x_j)}$$

### Polinomio interpolante de Lagrange

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i l_i(x)$$

```
function w=interpola(x,y,z)
n=columns(x);
w=0;
for j=1:n
wi=y(j)*ones(size(z));
for k=1:j-1
wi=wi.*(z-x(k))/(x(j)-x(k));
end
for k=j+1:n
wi=wi.*(z-x(k))/(x(j)-x(k));
end
w=w+wi;
end
```

# Ejercicios.

Utilizar la función del ejercicio anterior para calcular el polinomio interpolante de $f(x) = x^2$ en los puntos $x_i = i$ con $i = 0 : 6$. Graficar la función y el polinomio interpolante en el intervalo $[3, 10]$.

Mostrar que el polinomio interpolante es único. Ayuda: suponer que existen dos polinomios distintos que interpolan a la función $f(x)$ en los puntos $x_0, \ldots x_n$.

Contar el número de operaciones necesarios para calcular $P_n(z_i)$ con $i = 1, \ldots, m$.

# Ejercicios.

Utilizar la función del ejercicio anterior para calcular el polinomio interpolante de $f(x) = x^2$ en los puntos $x_i = i$ con $i = 0:6$. Graficar la función y el polinomio interpolante en el intervalo $[3, 10]$.

Mostrar que el polinomio interpolante es único. Ayuda: suponer que existen dos polinomios distintos que interpolan a la función $f(x)$ en los puntos $x_0, \ldots x_n$.

Contar el número de operaciones necesarios para calcular $P_n(z_i)$ con $i = 1, \ldots, m$.

# Ejercicios.

Utilizar la función del ejercicio anterior para calcular el polinomio interpolante de $f(x) = x^2$ en los puntos $x_i = i$ con $i = 0 : 6$. Graficar la función y el polinomio interpolante en el intervalo $[3, 10]$.

Mostrar que el polinomio interpolante es único. Ayuda: suponer que existen dos polinomios distintos que interpolan a la función $f(x)$ en los puntos $x_0, \ldots x_n$.

Contar el número de operaciones necesarios para calcular $P_n(z_i)$ con $i = 1, \ldots, m$.