Física General II

Guía N°8: Aplicaciones: máquinas térmicas y gases de van der Waals

Año académico 2016

Problema 1:

Una máquina de Carnot opera con un mol de gas ideal monoatómico, para el cual $C_v = 3\,R/2$. Teniendo en cuenta que durante la expansión isotérmica el volumen se duplica, que el cociente entre el volumen final e inicial en las expansión adiabática es 5,7 y que el trabajo realizado por la máquina al cabo de un ciclo completo es de 600 J, calcular las temperaturas de los reservorios entre los cuales opera esta máquina.

Problema 2:

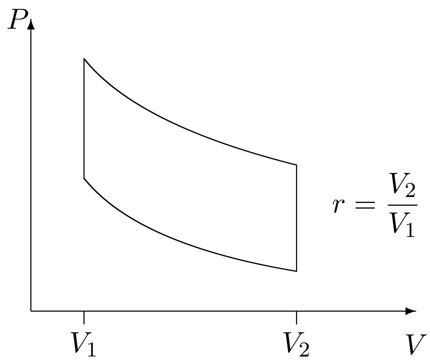
Calcular la eficiencia de un ciclo de Stirling realizado por un mol de gas ideal en el caso en que no hay restitución del calor intercambiado en las isócoras. Compararlo con la correspondiente eficiencia de un ciclo de Carnot que opera entre las mismas temperaturas.

Problema 3:

En la figura se esquematiza el ciclo de Otto, el cual se completa con dos transformaciones adiabáticas y dos transformaciones isócoras. La eficiencia teórica del ciclo resulta:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}\,,$$

donde r es la relación de compresión.



Un Volkswagen Passat tiene un motor naftero (ciclo de Otto) de seis cilindros con una razón de compresión $r = 10{,}6$. El diámetro de cada cilindro (barreno) es de 82,5 mm y el desplazamiento máximo de cada pistón (carrera de pistón) es de 86,4 mm. La presión inicial de la mezcla (aire–nafta) al cabo de la admisión es $8{,}5 \times 10^4$ Pa, y la temperatura inicial puede asumirse igual a la del aire exterior (300 K). Suponer que en cada ciclo, la nafta libera 200 J de calor en cada cilindro y que el gas se caracteriza térmicamente como ideal con los parámetros $c_v = 20{,}5$ J/(mol K) y $\gamma = 1{,}4$ (aire).

a) Utilizar la eficiencia teórica del ciclo de Otto para calcular el trabajo entregado por el gas en cada ciclo, por cilindro del motor. Si se utiliza el motor a 3500 RPM, ¿qué potencia teórica *total* entrega el motor medida en HP? (1HP = 746W).

b) ¿Cuánto calor entrega el gas en cada ciclo por cilindro al exterior? Si se utiliza el motor a 3500 RPM, ¿qué cantidad de calor *total* por segundo debe remover el sistema de refrigeración del motor? (1 cal = 4,186 J).

c) Calcular el máximo y mínimo volumen ocupado por el gas durante su ciclo en cada cilindro.

d) ¿Cuántos moles de gas evolucionan en el ciclo en cada cilindro? ($R = 8{,}314\,\mathrm{J/(mol\ K)}$).

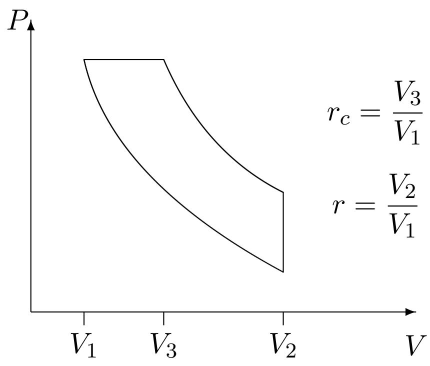
e) ¿Cuál es la máxima temperatura y la máxima presión que alcanza el gas en cada cilindro? ¿En qué puntos del ciclo se producen? Dibujar el ciclo en un diagrama $P - V$.

Problema 4:

En la figura se esquematiza el ciclo Diesel, el cual se completa con dos transformaciones adiabáticas, una isobara y una isócora. Demostrar que la eficiencia teórica del ciclo Diesel resulta,

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\,\frac{1}{r^{\gamma-1}}\,\frac{r_c^{\gamma}-1}{r_c-1}\,,$$

donde r es la relación de compresión y r_c es la relación de corte.

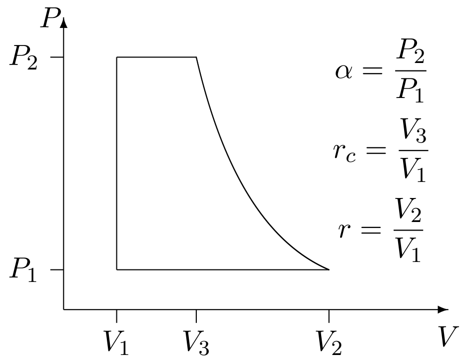


Problema 5:

En la figura se esquematiza el ciclo de Rankine, el cual se completa con dos transformaciones isobaras, una isócora y una adibática. Demostrar que la eficiencia teórica del ciclo de Rankine resulta,

$$\eta = 1 - \frac{\gamma\,(r-1)}{(\alpha-1)+\alpha\,\gamma\,(r_c-1)}\,,$$

donde r es la relación de compresión, r_e es la relación de corte, y α la relación entre la máxima y mínima presión.



Problema 6:

Las turbinas de jet pueden idealizarse como un ciclo de Brayton, el cual se completa utilizando dos adiabáticas y dos isobaras a presiones $P_1 < P_2$. Demostrar que la eficiencia teórica de este ciclo puede escribirse según,

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\,.$$

Problema 7:

La ecuación de estado para los gases de *Johannes van der Waals* (1873) expresa que, dados n moles de gas confinados en un volumen V se cumple,

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = n\,R\,T\,,$$

donde a y b son constantes que caracterizan el tipo de gas.

a) Identificar la temperatura, T_c, de la isoterma que posee un punto crítico e identificar las ecuaciones para la presión, P_c y el volumen, V_c, correspondientes a dicho punto crítico.

b) Expresar las constantes a y b de la ecuación de van der Waals en términos de la temperatura crítica T_c y el volumen crítico y también en términos de la temperatura crítica T_c y de la presión crítica P_c.

c) Calcular el valor del producto $P_c V_c$ y comparar el resultado con el correspondiente a un gas ideal.

Problema 8:

Para estudiar el comportamiento de una gas de van der Waals en la proximidad del punto crítico, resulta útil definir las siguientes cantidades reducidas,

$$\pi = \frac{P - Pc}{Pc}\,, \; \omega = \frac{V - Vc}{Vc}\,, \; \tau = \frac{T - Tc}{Tc}\,.$$

a) Mostrar que reescribiendo la ecuación de van der Waals en términos de las variables π, ω y τ, se encuentra que,

$$\left(1 + \pi + \frac{3}{(1+\omega)^2}\right)(3\,(1+\omega) - 1) = 8\,(1+\tau)\,,$$

es decir, una ley universal de *estados correspondientes.*

b) Despejando la presión reducida π de la ultima ecuación, se obtiene,

$$\pi = 4\,\frac{1+\tau}{1+\dfrac{3}{2}\,\omega} - \frac{3}{(1+\omega)^2} - 1\,.$$

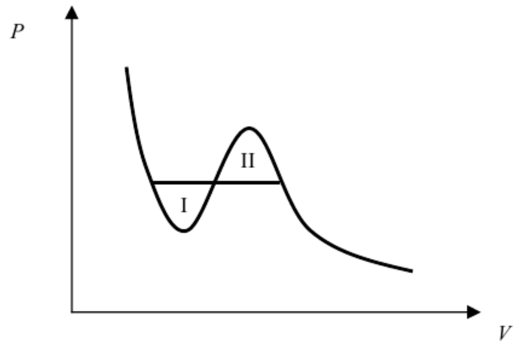
c) En la vecindad del punto crítico se tiene que $\omega << 1$. Desarrollar la última ecuación en serie de Taylor hasta *cuarto orden* en el parámetro de pequeñez ω y mostrar que sobre la isoterma crítica ($\tau = 0$) se obtiene,

$$\pi \approx -\frac{3}{2}\,\omega^3\,\left(1 - \frac{7}{2}\,\omega\right)\,.$$

Por lo tanto, sobre la isoterma crítica, la presión cambia con el volumen según $\pi \propto -\omega^\delta$. El exponente $\delta = 3$ es uno de los exponentes críticos que definen el comportamiento del fluido en la zona crítica. Los exponentes críticos que corresponden al fluido de van der Waals se conocen como exponentes clásicos o de campo medio.

Problema 9:

Considerando la representación gráfica de la isoterma de van der Waals, interpretar físicamente la construcción de Maxwell, la cual permite encontrar la presión de la región de coexistencia de fases, igualando las áreas I y II señaladas en la figura.



Problema 10:

Un mol de un gas de van der Waals sufre una transformación en la cual se duplican su temperatura inicial T_o y su volumen inicial V_o.

a) Determine la variación de presión del gas en función de las constantes a y b de la ecuación de estado y de T_o y V_o.

b) Determine la variación de energía interna del gas en función del calor específico a volumen constante c_V, de la constante a de la ecuación de estado y de T_o y V_o.

c) Determine la variación de entropía del gas en función del calor específico a volumen constante c_V, de la constante b de la ecuación de estado y de V_o.

d) Si el gas en lugar de duplicar su temperatura, realizara un proceso adiabático duplicando su volumen, ¿cuál sería la temperatura final?

Problema 11:

Inicialmente, a una temperatura T_C, un mol de un gas de van der Waals ocupa un volumen V_A. Se realiza un ciclo de Carnot, cuya temperatura fría es T_F y cuyo estado inicial de máxima presión es el indicado anteriormente.

a) Dé una expresión para los volúmenes V_B, V_C y V_D, correspondientes a las intersecciones de adiabáticas e isotermas, necesarios para que en un ciclo se genere un trabajo W. Considere que el calor específico molar a volumen constante C_V es conocido.

b) Calcule numéricamente los valores de V_B, V_C y V_D para el caso en que el gas es helio, cuyas constantes de van der Waals son: $a = 0{,}00346\text{Pa m}^6/\text{mol}^2$ y $b = 10^{-6}\text{m}^3/\text{mol}$. Considere que $T_C = 220^o\text{C}$, $T_F = 20^o\text{C}$, $V_A = 1\ l$, $W = 1$ J y $C_V = 3/2R$.

c) Evalúe la diferencia entre los volúmenes obtenidos en el inciso anterior y los que obtendría considerando el helio como un gas ideal.