

# Elementos de Funciones Reales

## Práctico 1 Continuidad Uniforme

### Ejercicio 1

¿Para qué valores de  $\alpha$  es la función  $f(x) = x^\alpha$  uniformemente continua en  $[0, +\infty)$ ? Considere  $\alpha = \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3$ .

### Ejercicio 2

Halle  $f$  función continua y acotada en  $(0, 1]$ , pero NO uniformemente continua en  $(0, 1]$ .

### Ejercicio 3

Demuestre que si  $f$  y  $g$  son funciones uniformemente continuas en el intervalo  $I$ , entonces la función  $(f + g)$  también lo es.

### Ejercicio 4

Demuestre que si  $f$  y  $g$  son funciones uniformemente continuas y acotadas en el intervalo  $I$ , entonces la función  $(f + g)$  también lo es.

### Ejercicio 5

Pruebe que si  $f$  es una función continua y derivable en  $(a, b)$  y además  $|f'(x)| \leq M \forall x \in (a, b)$ , entonces  $f$  es uniformemente continua en  $(a, b)$ .