

Matemática Discreta II -2019

Teóricos del final

La parte teórica del final consistirá de 4 preguntas. Habrá dos preguntas de la lista A abajo, una pregunta de la B y una de la C. Las preguntas de la parte A valdrán 2 puntos cada una, las preguntas de las partes B y C valdrán 3 puntos cada una. El teorema de Brooks para el caso G regular NO SE TOMARÁ en las fechas de Julio y Agosto.

—>Se aprueba obteniendo al menos 1,5 puntos en cada una de las partes.<—

Si se suma al menos 4 en total y se obtiene al menos 1 punto en cada una de las partes, entonces se evaluará el examen globalmente para decidir si aprueban o no. En este caso la nota global de la materia es 4 independientemente de la nota que sacaron en los practicos o el proyecto. (siempre que los hayan aprobado, obvio)

=====Parte A=====

(1) (Max Flow Min Cut) Probar que si f es un flujo en un network N , las siguientes afirmaciones son equivalentes

- f es maximal.
- No existen caminos f -aumentantes.
- Existe un corte con capacidad igual al valor de f .

(puede usar sin probarlo el lema asociado de que al cambiar el flujo por medio de un camino f -aumentante de capacidad ϵ lo que queda sigue siendo flujo y su valor se incrementa en ϵ).

(2) Enunciar y probar el Teorema de Hall.

(3) Enunciar y probar el teorema del matrimonio.

(4) Probar que si G es bipartito entonces $\chi'(G) = \Delta$.

(5) Enunciar el teorema de la cota de Hamming y probarlo.

(6) Sea H una matriz de chequeo de un código C .

- Probar que $\delta(C) =$ mínimo número de columnas linealmente dependientes de H .
- Probar que si H no tiene la columna cero ni columnas repetidas entonces C corrige (al menos) un error.

(7) Sea C un código cíclico de dimensión k y longitud n y sea $g(x)$ su polinomio generador.

- Probar que C esta formado por los múltiplos de g de grado menor a n .
- Probar que el grado de g es $n - k$.

(8) Probar el teorema de Brooks para el caso G no regular.

=====Parte B=====

(9) ¿Cuál es la complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp? Probarlo. (Nota: en la prueba se definen unas distancias, y se prueba que esas distancias no disminuyen en pasos sucesivos de EK, y también se prueba que luego que un lado se satura o vacía completamente no puede volver a usarse hasta que la distancia entre s y t haya aumentado en por lo menos 2. Ud. debe probar estas dos cosas también).

(10) ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Dinic? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).

(11) ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Wave? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).

(12) Probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta.

(13) Probar el teorema de Brooks para el caso G regular. (no se tomará en las fechas de julio y agosto)

=====Parte C=====

(14) Probar que 3-COLOR es NP-completo.