Teóricos del final para Matematica Discreta II -2017

Serán 4 preguntas: una pregunta de cada una de las listas C y N y dos de la G. Las preguntas de la parte G valdrán 2 puntos cada una, las preguntas de las parte N y C valdrán 3 puntos cada una. Se aprueba obteniendo 40% de los puntos en total y obteniendo al menos 1,7 puntos en la parte C, al menos 1 punto en la parte N y [al menos 1 punto en uno de los dos ejercicios de la parte G o sumar 1,5 puntos entre los dos]. (en el final, 39% no se redondea a 40%. Si alguien hace lio por esto, en las fechas subsiguientes se pedirá aprobar con 50% de los puntos como hacen otros profesores)

================Parte C================

(1) ¿Cuál es la complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp? Probarlo.(Nota: en la prueba se definen unas distancias, y se prueba que esas distancias no disminuyen en pasos sucesivos de EK, y tambien se prueba que luego que un lado se satura o vacia completamente no puede volver a usarse hasta que la distancia entre s y t haya aumentado en por lo menos 2. Ud. debe probar estas dos cosas tambien).

(2) ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Dinic? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).

(3) ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Wave? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).

================Parte N================

(4) Probar que 3-COLOR es NP-completo.

================Parte G================

(5) Probar que si G es un grafo coloreado con r colores y V_1 son los vertices coloreados con 1, V_2 los coloreados con 2, etc, entonces si se ordenan los vertices poniendo primero los vertices de V_{j_1} luego los de V_{j_2}, etc, donde $\{j_1, j_2, ..., j_r\}$ es un ordenamiento arbitrario de los colores, entonces Greedy colorea a G con el nuevo orden con a lo sumo r colores.

(6) Probar que 2-COLOR es polinomial.

(7) Probar que:
a) el valor de todo flujo es menor o igual que la capacidad de todo corte.
b) Si el valor de un flujo es igual a la capacidad de un corte entonces el flujo es maximal (y el corte minimal).
c) Si un flujo es maximal entonces existe un corte con capacidad igual al valor del flujo.

(puede usar sin probarlo el lema asociado de que al cambiar el flujo por medio de un camino aumentante de capacidad ϵ lo que queda sigue siendo flujo y su valor se incrementa en ϵ y que si S es un corte, y f es un flujo, entonces $v(f) = f(S, \overline{S}) - f(\overline{S}; S)$.)

(8) Enunciar y probar el Teorema de Hall.

(9) Enunciar y probar el teorema del matrimonio.

(10) Probar el teorema de Vizing.

(11) Probar que si G es bipartito entonces $\chi'(G) = \Delta$.

(12) Enunciar el teorema de la cota de Hamming y probarlo.

(13) Sea H una matriz de chequeo de un código C.
a) Probar que $\delta(C) =$ mínimo número de columnas linealmente dependientes de H.
b) Probar que si H no tiene la columna cero ni columnas repetidas entonces C corrije (al menos) un error.

(14) Sea C un código cíclico de dimensión k y longitud n y sea $g(x)$ su polinomio generador.
a) Probar que C esta formado por los múltiplos de g de grado menor a n.
b) Probar que el grado de g es $n - k$.

(15) Probar que un código de Reed-Solomon $RS(p^r, d)$ tiene $\delta = d$ y es MDS. (nota: este teorema NO va en las dos primeras fechas de examen, es decir, en Julio. En Agosto, Diciembre, etc, ya puede estar incluido).