

Modelos y Simulación – Licenciatura en Computación

Guía N°2: Números Aleatorios

Problema 1: Para el estudio mediante simulación es necesario generar muchos números aleatorios en la computadora. Estos corresponden a variables aleatorias uniformemente distribuidas en el intervalo $(0, 1)$. Existen en la literatura varias rutinas optimizadas para generar enormes cantidades de números pseudo-aleatorios con velocidad razonable. Se propone aprender a implementar las siguientes rutinas:

- a) RAN2. Ver “Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing”, W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling (Cambridge, 1986). Esta referencia está disponible online <http://www.nr.com>
- b) MZLAN. Ver “Some Portable Very-Long-Period Random Number Generators”, G. Marsaglia and A. Zaman, Computers in Physics **8**(1), 117 (1994).

Para ambos generadores existen implementaciones en C y FORTRAN.

Problema 2: Calcule exactamente el valor de las siguientes integrales. Mediante una simulación de Monte Carlo, calcule a su vez un valor aproximado y compare con el valor exacto.

a) $\int_0^1 (1 - x^2)^{3/2} dx$

b) $\int_0^\infty x (1 + x^2)^{-2} dx$

c) $\int_{-\infty}^\infty e^{-x^2} dx$

d) $\int_0^\infty dx \int_0^x dy e^{-(x+y)}$

Ayuda: Sea: $I_y(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } y < x \\ 0 & \text{si } y \geq x \end{cases}$. Utilice esta función para igualar la integral del item **d)** a otra cuyos términos vayan de 0 a ∞ .

Problema 3: Para U_1, U_2, \dots variables aleatorias uniformemente distribuidas en el intervalo $(0, 1)$, se define:

$$N = \text{Mínimo} \left\{ n : \sum_{i=1}^n U_i > 1 \right\}$$

Es decir, N es igual a la cantidad de números aleatorios que deben sumarse para exeder a 1.

- a) Estimar $E[N]$ generando 100 valores de N .

- b) Estimar $E[N]$ generando 1000 valores de N .
- c) Estimar $E[N]$ generando 10000 valores de N .
- d) Calcular el valor exacto de $E[N]$.

Problema 4: Para U_1, U_2, \dots números aleatorios, se define:

$$N = \text{Máximo} \left\{ n : \prod_{i=1}^n U_i \geq e^{-3} \right\}$$

donde: $\prod_{i=1}^0 U_i = 1$. Mediante simulación determinar:

- a) $E[N]$
- b) $P(N = i)$ para $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Fa.M.A.F ©2002