Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Probabilidad y Estadística – Licenciatura en Computación y Profesorados

Guía N°6: Media, Varianza y Variable Normal

Problema 1: Calcular el valor esperado y la varianza de las variables aleatorias definidas en los Problemas (2), (6), (9) y (13) de la Guía N°4.

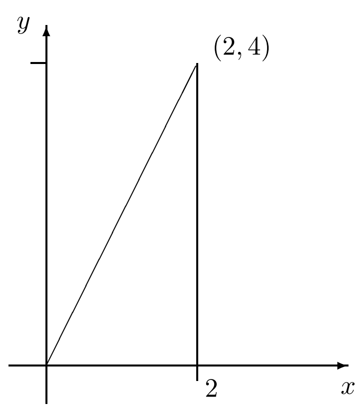
Problema 2:

a) Calcular el valor esperado y la varianza de las variables aleatorias Y y Z del Problema (4) de la Guía N°5, usando las funciones densidades allí obtenidas.

b)Calcular el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria Y sin usar la función densidad de Y.

Problema 3: Suponer que X es una variable aleatoria para la cual $E(X) = 10$ y $V(X) = 25$. ¿Para qué valores de las constantes a y b tiene la variable aleatoria $Y = aX + b$ esperanza nula y varianza 1?

Problema 4: Suponer que la variable aleatoria bidimensional (X, Y) está distribuída uniformemente en el triángulo de la figura:



a) Obtener las funciones densidad de probabilidad marginal de X y de Y.

b) Evaluar $V(X)$ y $V(Y)$.

Problema 5: Suponer que la distribución de probabilidad conjunta de las variables (X, Y) está dada por la siguiente tabla:

X / Y	-1	0	1
-1	a	b	a
0	b	0	b
1	a	b	a

donde se cumple que $a + b = 1/4$.

a) Demostrar que $E(XY) = E(X)E(Y)$ y luego $\rho = 0$.

b) ¿Son las variables X e Y independientes?

Problema 6: Supongamos que A y B son dos eventos asociados con un experimento ϵ. Supongamos además que $P(A) > 0$ y $P(B) > 0$. Definir las variables aleatorias X e Y como sigue:

$$\begin{aligned} X = 1 &\quad \text{si } A \text{ ocurre y 0 en cualquier otro caso,} \\ Y = 1 &\quad \text{si } B \text{ ocurre y 0 en cualquier otro caso.} \end{aligned}$$

Demostrar que $\rho_{xy} = 0$ implica que X e Y son independientes.

Problema 7: Suponer que la densidad de probabilidad conjunta de (X, Y) está dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-y} & x > 0,\ y > x \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Calcular:

a) Las densidades de probabilidad marginal de X e Y.

b) $E(X|y)$ y $E(Y|x)$

c) Verificar que $E(X) = E[E(X|Y)]$ y $E(Y) = E[E(Y|X)]$

Problema 8: Dado que Z es una variable aleatoria normal estándar, calcular:

a) $P(0 \leq Z \leq 1{,}2)$

b) $P(-0{,}9 \leq Z \leq 0)$

c) $P(0{,}3 \leq Z \leq 1{,}56)$

d) $P(-0{,}2 \leq Z \leq 0{,}2)$

e) $P(-1{,}56 \leq Z \leq -0{,}2)$

Problema 9: Dado que Z es una variable aleatoria normal estándar, determinar el valor de z_0 tal que:

a) $P(Z > z_0) = 0{,}5$

b) $P(Z < z_0) = 0{,}8643$

c) $P(-z_0 < Z < z_0) = 0{,}90$

d) $P(-z_0 < Z < z_0) = 0{,}99$

Problema 10: Los promedios de las calificaciones anuales de una gran población de estudiantes de un colegio tienen una distribución aproximadamente normal con media igual a 2,4 y desviación estándar igual a 0,8.

a) ¿Qué fracción de estudiantes tiene un promedio superior a 3,0?

b) Si se consideran recursantes a los estudiantes que tienen promedio igual o inferior a 1,9, ¿Qué porcentaje de estudiantes resultarán recursantes?

c) Si el 12 % superior de los promedios recibe una mención especial, ¿Qué promedio mínimo hay que poseer para conseguir el premio?

d) Suponga que se escojen al azar tres estudiantes del colegio. ¿Cuál es la probabilidad que los tres tengan promedios superiores a 3,0?

Problema 11: Se debe ajustar una máquina para envasar miel de tal manera que llene en promedio los frascos con μ gr por frasco. Si el proceso de llenado tiene una desviación estándar igual a 8 gr, calcular el valor de μ de manera tal que solamente el 1 % de los frascos superen los 285 gr de peso.